

ANÁLISIS BIDIMENSIONAL AXIAL SIMÉTRICO DE LOS TERMOFLUJOS EN UN
TUBO DE CALOR

Carolina Mira Hernández

ESCUELA DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD EAFIT
MEDELLÍN
2012

ANÁLISIS BIDIMENSIONAL AXIAL SIMÉTRICO DE LOS TERMOFLUJOS EN UN TUBO DE CALOR

Carolina Mira Hernández

Trabajo de grado para optar por el título de Maestría en Ingeniería

Asesor:
Luis Santiago París
Candidato a PhD en Ingeniería – Énfasis Energía
Máster en Ingeniería de Polímeros y Materiales Compuestos
Ingeniero Mecánico

ESCUELA DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD EAFIT
MEDELLÍN
2012

AGRADECIMIENTOS

“Probablemente han existido algunos hombres y mujeres que han intentado realizar por su cuenta y sin ayuda grandes obras. Sin embargo, no hemos conocido aún sus logros.”

La ayuda que recibí de diferentes personas para la realización de este trabajo de grado fue invaluable. Agradezco profundamente su colaboración, manifestada en conocimiento, ideas, apoyo y tiempo.

Gracias a mi mamá, mi papá y mis hermanas: Natalia, Juliana y Valeria. Nuestra familia es el mejor ejemplo de solidaridad y sentido de comunidad.

Gracias al asesor del trabajo de grado, Luis Santiago Paris Londoño. Admiro su capacidad de ampliar mi visión en cada conversación que sostenemos. Agradezco su amistad y el apoyo que me ha brindado durante mi formación.

Gracias a las personas que con su trabajo y tiempo facilitaron la realización de las pruebas experimentales: Julio César Betancur, Juan Felipe Ocampo, Mariana Montoya Sierra, Danny José Lemus, Jorge Enrique Duarte, Juliana Mira Hernández, entre otros.

Gracias a la Universidad EAFIT y al Departamento de Ingeniería Mecánica por incentivar mi continua formación profesional.

Gracias a mi familia y amigos por su apoyo y permanente interés.

CONTENIDO

	pág
CONTENIDO	4
LISTA DE FIGURAS	7
LISTA DE TABLAS	9
LISTA DE ANEXOS	10
NOMENCLATURA	11
INTRODUCCIÓN	17
1 ASPECTOS GENERALES	20
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	20
1.2 OBJETIVOS	20
1.2.1 Objetivo General	20
1.2.2 Objetivos Específicos	21
2 MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE	22
2.1 GENERALIDADES DE LOS TUBOS DE CALOR Y APLICACIONES	22
2.2 FENÓMENOS ASOCIADOS AL FUNCIONAMIENTO DE TUBOS DE CALOR	23
2.2.1 Tensión superficial, ángulo de contacto y capilaridad	24
2.2.2 Ebullición y condensación	26
2.3 ECUACIONES DE TRANSPORTE PARA FLUIDOS	31
2.4 ECUACIONES DE TRANSPORTE EN MEDIOS POROSOS	33
2.5 DISEÑOS Y PROPIEDADES DE ESTRUCTURAS CAPILARES	37
2.6 LÍMITES DE OPERACIÓN EN LOS TUBOS DE CALOR	39
2.7 MODELOS DE LA OPERACIÓN DE TUBOS DE CALOR EN ESTADO ESTABLE	41
2.7.1 Modelo de parámetros concentrados	43
2.7.2 Modelos unidimensionales para el flujo del líquido y el vapor	44

2.7.3	Condiciones de acoplamiento en la interfaz	46
2.7.4	Modelos de operación acoplados	47
3	MODELO FÍSICO – MATEMÁTICO PROPUESTO PARA UN TDC CON MALLA METÁLICA AXIAL SIMÉTRICO CON FLUIDO NEWTONIANO	50
3.1	ECUACIONES GOBERNANTES PARA EL VAPOR	51
3.1.1	Conservación de masa para el vapor	51
3.1.2	Ecuaciones de movimiento para el vapor	51
3.1.3	Ecuación de energía térmica para el vapor	53
3.2	ECUACIONES GOBERNANTES PARA EL LÍQUIDO	53
3.2.1	Conservación de masa para el líquido	53
3.2.2	Ecuaciones de movimiento para el líquido	54
3.2.3	Ecuación de energía térmica para el líquido	55
3.3	CONDICIONES DE FRONTERA	56
3.3.1	Condiciones de frontera para el vapor	56
3.3.2	Condiciones de frontera para el líquido	57
3.3.3	Interfaz líquido – vapor	58
4	SOLUCIÓN DEL MODELO PROPUESTO	60
4.1	PRINCIPIOS DEL MÉTODO DE VOLUMENES FINITOS	60
4.1.1	Ecuación discreta para caso bidimensional	61
4.1.2	Esquema de diferenciación “up-wind”	64
4.2	DISCRETIZACIÓN DEL DOMINIO	65
4.2.1	Mallas escalonadas	65
4.2.2	Malla no uniforme con áreas anulares constantes	66
4.3	ECUACIONES DISCRETAS PARA EL VAPOR	69
4.3.1	Conservación de masa para el vapor	69
4.3.2	Ecuación de movimiento para el vapor	70
4.3.3	Ecuación de energía térmica para el vapor	75
4.3.4	Método SIMPLER	77
4.4	ECUACIONES DISCRETAS PARA EL LÍQUIDO	80
4.4.1	Ecuación de movimiento para el líquido	80

4.4.2	Ecuación de energía térmica para el líquido	83
4.5	ESTRATEGIA DE ACOPLAMIENTO Y ESQUEMA DE SOLUCIÓN	84
4.5.1	Estrategia de acoplamiento	84
4.5.2	Esquema de solución	87
5	MATERIALES Y MÉTODOS EXPERIMENTALES	90
5.1	FABRICACIÓN Y CARACTERÍSTICAS DEL TUBO DE CALOR PARA PRUEBAS	90
5.1.1	Limpieza	90
5.1.2	Ensamble y soldadura	91
5.1.3	Carga del fluido de trabajo	91
5.1.4	Características del tubo de calor para pruebas	92
5.2	MONTAJE PARA PRUEBAS DE DESEMPEÑO DE TUBOS DE CALOR	92
5.2.1	Descripción general del montaje	93
5.2.2	Medición de variables	94
5.2.3	Calibración de sensores de temperatura	96
5.3	PRUEBAS DE DESEMPEÑO DEL TUBO DE CALOR	97
5.3.1	Procedimiento para pruebas de desempeño	97
5.3.2	Parámetros de las pruebas de desempeño	98
6	RESULTADOS	99
6.1	PRUEBAS EXPERIMENTALES Y AJUSTE DEL MODELO	99
6.1.1	Resultados experimentales	99
6.1.2	Ajuste del modelo propuesto	102
6.2	RESULTADOS ADICIONALES DEL MODELO PROPUESTO	105
7	CONCLUSIONES	119
8	RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO	122
	BIBLIOGRAFÍA	124

LISTA DE FIGURAS

	pág
Figura 1 Esquema de funcionamiento de un tubo de calor	22
Figura 2 Radios principales de curvatura del menisco	25
Figura 3 Fuerzas de tensión superficial en el menisco	25
Figura 4 Regímenes de ebullición en piscina (Fluido: Agua)	28
Figura 5 Estructuras capilares básicas para tubos de calor	38
Figura 6 Geometría del tubo de calor	42
Figura 7 Red de resistencias térmicas de un tubo de calor	43
Figura 8 Variación del flujo másico para modelos unidimensionales	44
Figura 9 Geometría del tubo de calor y sistema coordenado	50
Figura 10 Condiciones de operación del tubo de calor para el modelo	56
Figura 11 Celda de volumen para problema con simetría axial	61
Figura 12 Volumen de control utilizado en FVM	62
Figura 13 Mallas escalonadas	66
Figura 14 Áreas anulares constantes para el dominio del vapor	68
Figura 15 Discretización radial para el núcleo de vapor	68
Figura 16 Volumen de control para conservación de masa en el vapor	69
Figura 17 Volumen de control para velocidad radial en el vapor	71
Figura 18 Volumen de control para velocidad axial en el vapor	73
Figura 19 Volumen de control para la temperatura en el vapor	75
Figura 20 Volumen de control para flujo del líquido en el medio poroso	81
Figura 21 Condiciones de frontera para velocidad (líquido y vapor)	85
Figura 22 Condiciones de frontera para temperatura (líquido y vapor)	87
Figura 23 Esquema de solución	89
Figura 24 Esquema montaje para pruebas experimentales	93
Figura 25 Puntos de medición de temperatura	95

Figura 26 Temperatura del contenedor en pruebas experimentales	100
Figura 27 Resistencia térmica equivalente en pruebas experimentales	102
Figura 28 Resistencia térmica equivalente presente modelo y pruebas experimentales	103
Figura 29 Temperatura de la pared del contenedor modelo propuesto	104
Figura 30 Perfiles de velocidad axial del vapor (m/s)	107
Figura 31 Variación axial de la presión para el vapor (Pa)	110
Figura 32 Perfiles radiales de temperatura del vapor (°C)	111
Figura 33 Perfiles radiales de velocidad axial del líquido (m/s)	115
Figura 34 Perfiles radiales de temperatura líquido para potencias 31W-52W	117
Figura 35 Perfiles radiales de temperatura líquido para potencias 74W-213W	117

LISTA DE TABLAS

	pág
Tabla 1 Propiedades de estructuras capilares simples	39
Tabla 2 Características del tubo de calor	92
Tabla 3 Características principales del montaje para pruebas experimentales	94
Tabla 4 Distancias de puntos de medición temperatura en el tubo de calor	95
Tabla 5 Constantes de calibración de los sensores de temperatura	96
Tabla 6 Parámetros de las pruebas de desempeño	98
Tabla 7 Promedio de temperatura en cada zona para pruebas experimentales	101
Tabla 8 Temperatura promedio de la pared del contenedor en el evaporador y en la zona adiabática	105

LISTA DE ANEXOS

	pág
ANEXO 1 ÁREAS Y VOLÚMENES PARA CELDAS	127
ANEXO 2 INTERPOLACIÓN LINEAL DE PROPIEDADES DE FLUJO	129
ANEXO 3 CÁLCULO DE LOS TÉRMINOS FUENTE	135

NOMENCLATURA

A : Área. [m^2]

A_{cent} : Área en el centro del núcleo de vapor. . [m^2]

a_E : Coeficiente para el nodo este.

A_l : Área transversal para el flujo del líquido. . [m^2]

a_N : Coeficiente para el nodo norte.

a_p Coeficiente para el nodo central.

a_S : Coeficiente para el nodo sur.

A_T : Área transversal. . [m^2]

A_v : Área transversal para el flujo del vapor. . [m^2]

a_W : Coeficiente para el nodo oeste.

c : Capacidad calorífica específica. [$\text{J/kg}^\circ\text{C}$]

c_F : Coeficiente de arrastre de Forcheimer. [-]

D_h : Diámetro hidráulico. [m]

d_w : Diámetro del alambre de la malla. [m]

f : Factor de fricción. [-]

f_v : Factor de fricción para el vapor. [-]

\bar{g} : Aceleración de la gravedad. [m/s^2]

g_z : Componente en dirección axial de la aceleración de la gravedad. [m/s^2]

g_r : Componente en dirección radial de la aceleración de la gravedad. [m/s^2]

h : Entalpía específica. [J/kg]

h_{fg} : Entalpía específica de vaporización. [J/kg]

h_l : Entalpía específica del líquido. [J/kg]

h_v : Entalpía específica del vapor. [J/kg]
 i : Índice para velocidad radial.
 I : Índice para campos escalares en dirección radial.
 j : Índice para velocidad axial.
 J : Índice para campos escalares en dirección axial.
 K : Permeabilidad de la malla. [m²]
 k : Conductividad térmica. [W/m°C]
 k_l : Conductividad térmica del líquido. [W/m°C]
 k_m : Conductividad térmica efectiva del medio poroso. [W/m°C]
 k_s : Conductividad térmica de la matriz sólida. [W/m°C]
 k_v : Conductividad térmica del vapor. [W/m°C]
 L : Longitud total tubo de calor. [m]
 L_a : Longitud de la zona adiabática. [m]
 L_c : Longitud del condensador. [m]
 L_e : Longitud del evaporador. [m]
 \dot{m}_l : Flujo másico del líquido. [kg/s]
 \dot{m}_v : Flujo másico del vapor. [kg/s]
 N : Número de malla de alambre. [hilos/pulg]
 \hat{n} : Vector normal unitario del área. [-]
 $N_{r,l}$: Número de elementos en dirección radial para el líquido.
 $N_{r,v}$: Número de elementos en dirección radial para el vapor.
 P : Presión. [Pa]
 P_{cap} : Presión capilar. [Pa]
 P_l : Presión del líquido. [Pa]

P_{sat} : Presión de saturación. [Pa]
 P_v : Presión del vapor. [Pa]
 \dot{q}_G : Tasa de generación interna de calor por unidad de volumen. [W/m³]
 R : Radio de curvatura. [m]
 r : Coordenada radial. [m]
 R_c : Radio externo del contenedor. [m]
 r_c : Radio sitio de nucleación. [m]
 r_{eff} : Radio efectivo de poro. [m]
 R_l : Radio externo del canal de flujo del líquido. [m]
 r_s : Radio de esfera sinterizada. [m]
 R_v : Radio del núcleo del vapor. [m]
 r_1 y r_2 : Radios principales de curvatura de la interfaz. [m]
 Re : Número de Reynolds. [-]
 Re_r : Número de Reynolds Radial. [-]
 Re_v : Número de Reynolds para el vapor. [-]
 S : Separación entre ranuras rectangulares axiales o término fuente. [m]
 S_{ET} : Término fuente de energía térmica. [W/m³]
 S_ϕ : Término fuente por unidad de volumen para la variable transportada ϕ .
 $S_{M.r}$: Término fuente de cantidad de movimiento (dirección radial) [N/m³]
 $S_{M.z}$: Término fuente de cantidad de movimiento (dirección axial) [N/m³]
 T : Temperatura. [°C]
 T^* : Tortuosidad. [-]
 T_i : Temperatura de la interfaz líquido – vapor. [°C]
 T_l : Temperatura del líquido [°C]

T_{sat} : Temperatura de saturación. [°C]
 T_v : Temperatura del vapor. [°C]
 T_w : Temperatura de pared. [°C]
 $T_{w,c}$: Temperatura de pared en el condensador. [°C]
 u : Energía interna específica. [J/kg]
 \bar{v} : Vector velocidad, Vector de velocidad de Darcy. [m/s]
 \bar{V} : Vector de velocidad intrínseca. [m/s]
 v_l : Velocidad radial del líquido. [m/s]
 v_v : Velocidad radial del vapor. [m/s]
 \hat{v}_v : Seudo – velocidad radial para el vapor. [m/s]
 VC : Volumen de control.
 w_l : Velocidad axial del líquido. [m/s]
 w_v : Velocidad axial del vapor. [m/s]
 \hat{w}_v : Seudo – velocidad axial para el vapor. [m/s]
 W : Ancho de ranura rectangular axial. [m]
 z : Coordenada axial. [m]

Símbolos griegos

α : Factor de relajación de velocidades. [-]
 β : Factor de corrección de momentum. [-]
 Γ : Coeficiente de difusión para la variable transportada ϕ .
 δ : Espesor de la malla. [m]
 δ : Matriz identidad. [-]
 ΔV : Volumen de la celda. [m³]
 θ : Ángulo de contacto. [rad]
 κ : Viscosidad dilatacional. [Pa.s]

λ : Factor de aproximación lineal. [-]
 Λ : Factor de aproximación lineal. [-]
 $\tilde{\mu}$: Viscosidad efectiva. [Pa.s]
 μ : Viscosidad. [Pa.s]
 μ_l : Viscosidad del líquido. [Pa.s]
 μ_v : Viscosidad del vapor. [Pa.s]
 ρ : Densidad. [kg/m³]
 ρ_v : Densidad del vapor. [kg/m³]
 ρ_l : Densidad del líquido. [kg/m³]
 σ : Tensión superficial. [N/m]
 σ_{sv} : Tensión superficial entre el sólido y el vapor. [N/m]
 σ_{sl} : Tensión superficial entre el sólido y el líquido. [N/m]
 σ_{lv} : Tensión superficial entre el líquido y el vapor. [N/m]
 τ : Tensor de esfuerzos distorsionales. [Pa]
 φ : Porosidad. [-]
 ϕ : Variable escalar transportada

Subíndices

e : Cara este o evaporador.
 E : Nodo este.
 w : Cara oeste o pared.
 W : Nodo oeste.
 n : Cara norte.
 N : Nodo norte.
 s : Cara sur
 S : Nodo sur.
 z : Dirección axial.

r : Dirección radial.

v : Vapor.

l : Líquido.

a : Zona adiabática.

c : Condensador.

i : Interfaz líquido – vapor.

Superíndices:

*: Estimado.

' : Corrección.

n : Número de iteración.

INTRODUCCIÓN

Los procesos de transferencia de calor están presentes y son importantes en el ámbito industrial actual, ya que el calor aparece como elemento necesario en la manufactura de productos o como desecho. Es por eso, que el diseño y el mejoramiento de dispositivos para la transferencia de calor son temas siempre vigentes. Además, tienen gran relevancia en la actualidad gracias al ímpetu que han adquirido las políticas de uso racional de la energía y de eficiencia energética.

En este panorama los tubos de calor (TDC) aparecen como una alternativa interesante. Estos son dispositivos para la transferencia de calor que tienen una gran cantidad de aplicaciones, las cuales incluyen, entre otras: recuperadores de calor, calentadores solares, refrigeración de circuitos y aplicaciones espaciales. Su versatilidad, permite pensar que su campo de aplicación es muy amplio.

A pesar que los tubos de calor son utilizados en equipos comerciales, aún hoy son una cuestión de investigación. Su constitución es relativamente sencilla pero los fenómenos de transporte involucrados son complejos. Además, son sistemas cerrados que se adaptan a las condiciones de operación en busca del equilibrio. Y aún hoy es difícil determinar el desempeño para diferentes condiciones dadas. Estos cuestionamientos han hecho más lento el proceso de popularización de esta tecnología.

Un tubo de calor es un recipiente cerrado, cuyas pared interna está cubierta de un material absorbente, dentro del cual está contenido un fluido evaporable sin presencia de aire u otro gas. Su funcionamiento se basa en los procesos de evaporización y condensación. Por un extremo del tubo se ingresa calor, el fluido se evapora y se traslada al otro extremo. En esta parte del tubo se retira el calor y

el fluido se condensa. El fluido vuelve a la zona de vaporización por medio de la mecha o estructura capilar, ubicada en la pared interna del contenedor.

La estructura capilar es un elemento definitivo en el funcionamiento del tubo de calor. En el proceso de diseño de este componente deben estimarse parámetros de esta como la capilaridad, la permeabilidad y la mojabilidad. En principio, podría pensarse, en una gran variedad de geometrías para la mecha, sin embargo la literatura para caracterizarlas está limitada a ciertos casos típicos o se basa en correlaciones empíricas.

El objetivo del presente proyecto es estudiar y modelar el desempeño de un tubo de calor (TDC), con una estructura capilar constituida por una malla de acero inoxidable, en ciertas condiciones de operación, relacionadas con las temperaturas y razones de transferencia de calor específicas. Así se incrementa el conocimiento que se tiene de estos dispositivos, haciendo posible la propuesta de mejoras y el análisis de los efectos de las mismas. Por ejemplo, estudiar el comportamiento del TDC y la influencia de las condiciones externas de montaje, lo cual puede ampliar los rangos de operación del tubo de calor.

La meta es hacer un análisis, en un tubo de calor, de los termoflujos del líquido y el vapor; entendidos como los flujos activados térmicamente que permiten el transporte de masa, momentum y energía. Esto se realiza desde dos frentes, el modelamiento y la validación experimental.

El modelo bidimensional desarrollado, para un TDC de cobre con malla de acero inoxidable y agua como fluido de trabajo, considera simetría axial e incluye efectos no isotérmicos en el flujo. El fluido de trabajo es agua y las temperaturas de operación son medias, entre 0°C y 200°C, aproximadamente. Además, se considera la malla de acero inoxidable como una estructura capilar isotrópica. Este modelo permite manejar algunos escenarios de operación, modificando: el flujo de

calor, la temperatura de pared en el condensador, la inclinación y las longitudes del evaporador, la zona adiabática y el condensador.

Este proyecto es una contribución adicional al proceso de exploración y consideración de la tecnología de tubos de calor que se viene realizando en la Universidad EAFIT: Dentro de dicho proceso se han elaborado investigaciones internas y proyectos grado, orientados a diferentes aspectos como los procesos de fabricación, las técnicas para evaluar el desempeño y el diseño de aplicaciones que usan tubos de calor.

1 ASPECTOS GENERALES

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El mejoramiento de dispositivos para la transferencia de calor es un tema importante, hoy aún más, por el interés global en las políticas de uso racional de la energía y de eficiencia energética. Los tubos de calor son esencialmente dispositivos para la transferencia de calor que tienen una gran cantidad de aplicaciones. Estos son utilizados, entre otros, en recuperadores de calor, calentadores solares, refrigeración de circuitos e inclusive en aplicaciones espaciales. Los tubos de calor también son un tema de investigación vigente. Su constitución es relativamente sencilla pero los fenómenos involucrados, entre ellos los de transporte, son complejos, y es difícil determinar su desempeño para diferentes condiciones dadas.

El objeto de estudio del presente proyecto son los tubos de calor cilíndricos con mallas tejidas como estructura capilar. Se pretende avanzar en la comprensión de los fenómenos de transporte en un tubo de calor, desde el modelamiento analítico y pruebas experimentales. El modelo a desarrollar es bidimensional y aprovecha la simetría axial de las formas cilíndricas. Por su uso frecuente en aplicaciones con tubos de calor, se supone que el fluido de trabajo es agua. Además se considera que el medio poroso es isotrópico.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo General

Analizar los termoflujos en un tubo de calor cilíndrico, bajo condiciones de operación específicas de flujo de calor en el evaporador y temperatura de pared en el condensador constantes, mediante un modelo bidimensional axial-simétrico.

1.2.2 Objetivos Específicos

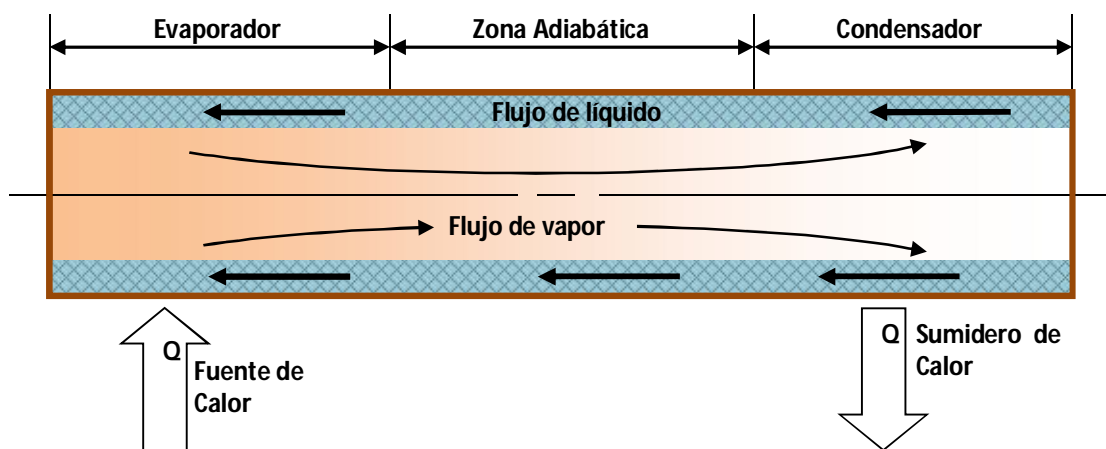
- Conocer las diferentes aproximaciones que se han desarrollado para el análisis y modelación de los fenómenos termo-hidráulicos en los tubos de calor.
- Analizar la geometría de una mecha constituida por una malla metálica y seleccionar aquellas características que sean pertinentes para implementarse en el caso del estudio del TDC.
- Desarrollar un modelo bidimensional para el flujo no isotérmico para el líquido y el vapor dentro de tubos de calor, definiendo las variables y fenómenos a considerar y las estrategias de solución.
- Implementar de forma numérica el modelo desarrollado y evaluar, con el mismo, el comportamiento del tubo de calor bajo algunas condiciones de operación.
- Hacer una comprobación experimental de los resultados obtenidos de la solución numérica del modelo para verificar su validez.
- Concluir de acuerdo con los resultados obtenidos respecto a la utilidad del modelo desarrollado.

2 MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE

2.1 GENERALIDADES DE LOS TUBOS DE CALOR Y APLICACIONES

Un tubo de calor es un dispositivo de alta capacidad de conducir calor, gracias al aprovechamiento que se hace del calor latente de vaporización. Consiste de un contenedor metálico sellado dentro del cual se encuentra un fluido de trabajo en ausencia de aire u otro gas. Al transferir calor en un extremo del tubo de calor (evaporador), el fluido se evapora. El vapor se desplaza, a través del núcleo, al sector más frío del tubo (condensador), en donde se condensa y entrega el calor. El líquido viaja de nuevo al evaporador por una estructura capilar que es contigua a las paredes del tubo. El tubo de calor puede tener también en el medio una zona donde no se transfiere calor, la cual se conoce como zona adiabática. Los componentes típicos de los tubos de calor son: el contenedor, la estructura capilar, el fluido y accesorios adicionales.

Figura 1 Esquema de funcionamiento de un tubo de calor



Los tubos de calor se clasifican en dos grupos: asistidos por gravedad y con bombeo capilar. Los primeros son conocidos como termosifones bifásicos

cerrados (TSBC) y no poseen mecha. En estos el líquido condensado regresa al evaporador por efecto de la gravedad, limitando la configuración a que el condensador esté por encima del evaporador. Los segundos se conocen comúnmente como tubos de calor (TDC) y poseen una estructura capilar para facilitar el transporte del líquido condensado al evaporador, aún en contra de la gravedad.

Las aplicaciones de los tubos de calor son numerosas, ya que funcionan como acopladores térmicos con baja resistencia térmica. Es decir, que permiten transportar el calor de un punto a otro con bajas diferencias de temperatura. Los tubos de calor se utilizan en sistemas de refrigeración de componentes electrónicos, en calentadores solares de agua, recuperadores de calor y sistemas de aire acondicionado, entre otras aplicaciones.

En la universidad EAFIT se han desarrollado aplicaciones de tubos de calor entre las que se cuentan: prototipos de calentadores solares de agua ((Mira, 2007) y (Paris & Mira, Construcción y Prueba de un Prototipo de Tubo de Calor de bajo costo para la aplicación en un colector de energía solar, 2008)), intercambiadores de calor con TSBC ((Duque, 2004) y (Paris L. , 2005)), prototipos de calderas con TSBC para combustibles alternos (Betancur & Ospina, 2010) y marmitas autogeneradoras de vapor con TSBC.

2.2 FENÓMENOS ASOCIADOS AL FUNCIONAMIENTO DE TUBOS DE CALOR

El funcionamiento de los tubos de calor involucra distintos fenómenos físicos. A continuación, se presentan los principios básicos de algunos de estos fenómenos, relacionados con el bombeo capilar y la transferencia de calor con cambio de fase.

2.2.1 Tensión superficial, ángulo de contacto y capilaridad

En la interfaz del líquido y el vapor se presenta una diferencia de presión que facilita el bombeo capilar y está estrechamente relacionada con el fenómeno de tensión superficial.

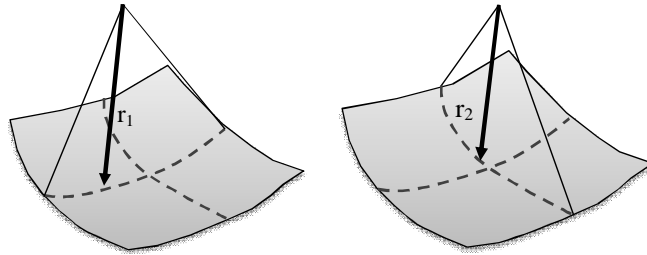
La línea de contacto entre el líquido y el vapor es pensada normalmente como una línea recta, pero en realidad se presenta un menisco; debido a un desbalance de fuerzas a nivel molecular. En una pequeña región que rodea el menisco la densidad de ambas fases varía gradualmente, en dirección radial, lo que implica una reducción significativa de las fuerzas repulsivas (por el aumento del espacio intermolecular), mientras que las fuerzas atractivas de largo alcance se mantienen. Normal a la superficie, las moléculas de vapor se ven atraídas hacia la superficie del líquido. Paralelo a la superficie las fuerzas de atracción de largo alcance están balanceadas, aparece una tensión que actúa igualmente en todas las direcciones. A esta tensión, resultante de la energía almacenada en las moléculas de la interfaz, se le conoce como tensión superficial, y es una propiedad del fluido que depende de la temperatura (Petterson, 1994)

La tensión superficial se manifiesta como una oposición o resistencia de la superficie a ser deformada. Por lo cual, también puede definirse como la cantidad de energía necesaria para disminuir la superficie por unidad de área. Al hacer un balance termodinámico en la interfaz se llega a la ecuación de Young – Laplace. (Petterson, 1994)

$$p_v - p_l = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (2-1)$$

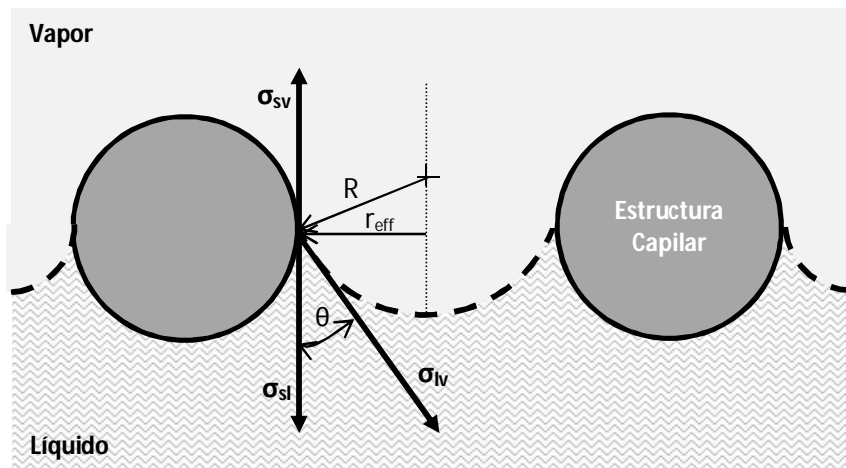
Esta expresión establece la diferencia de presión capilar en el menisco que separa las regiones del líquido y el vapor. Los radios de principales de curvatura del menisco se muestran en la Figura 2.

Figura 2 Radios principales de curvatura del menisco



Dentro de un tubo de calor, además de superficies de contacto entre el líquido y el vapor, también se presentan líneas de contacto entre sólido (estructura capilar), líquido y vapor. En estas líneas existe tensión superficial: líquido – vapor, sólido – líquido y sólido – vapor.

Figura 3 Fuerzas de tensión superficial en el menisco



El equilibrio de fuerzas en dirección tangente a la superficie sólida (ver Figura 3) establece que (Faghri, 1995):

$$\sigma_{sv} = \sigma_{sl} + \sigma_{lv} \cos \theta \quad (2-2)$$

El ángulo de contacto puede encontrarse como:

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\sigma_{sv} - \sigma_{sl}}{\sigma_{lv}} \right) \quad (2-3)$$

El ángulo de contacto depende de las propiedades físicas de los medios en contacto (sólido, líquido y vapor) y es independiente de la forma del sólido y de la gravedad. Cuando es agudo se tiene una condición de mojabilidad y cuando es obtuso de no mojabilidad (Faghri, 1995).

Si el tamaño de poro de la estructura capilar es pequeño los radios principales de curvatura de la interfaz son muy similares, y se pueden encontrar como:

$$r_1 = r_2 = R = \frac{r_{eff}}{\cos \theta} \quad (2-4)$$

Substituyendo (2-4) en la ecuación de Young – Laplace se encuentra la presión capilar.

$$p_v - p_l = p_{cap} = \frac{2\sigma \cos \theta}{r_{eff}} \quad (2-5)$$

La capacidad de bombeo capilar de una estructura porosa es inversamente proporcional al tamaño de sus poros. La máxima presión capilar se presenta cuando el ángulo de contacto es cero, es decir cuando la mojabilidad es perfecta.

$$p_{cap,max} = \frac{2\sigma}{r_{eff}} \quad (2-6)$$

2.2.2 Ebullición y condensación

Como se ha mencionado el funcionamiento básico de los tubos de calor está gobernado por procesos de evaporación y condensación, los cuales se consideran como un caso de convección de calor. Desde el punto de vista termodinámico estos procesos ocurren a temperatura y presión constante, en una sustancia pura simple y compresible, y el calor transferido es proporcional al calor latente de vaporización. En la práctica es necesaria cierta diferencia de temperatura entre la superficie y la temperatura de saturación, a esta diferencia de temperatura se le llama temperatura en exceso. En estos procesos de transferencia de calor los

coeficientes de convección son mucho mayores que en los procesos sin cambio de fase.

La ebullición ocurre cuando un líquido se pone en contacto con una superficie que tiene una temperatura mayor a la temperatura de saturación del líquido. En la interfaz del sólido y el líquido se forman burbujas que acumulan energía, hasta poder alcanzar la interfaz líquido – vapor global o la superficie libre del líquido. Estas burbujas deben su existencia a la tensión superficial. Ya que esta se encarga de balancear la diferencia de presión entre el interior y el exterior de la burbuja.

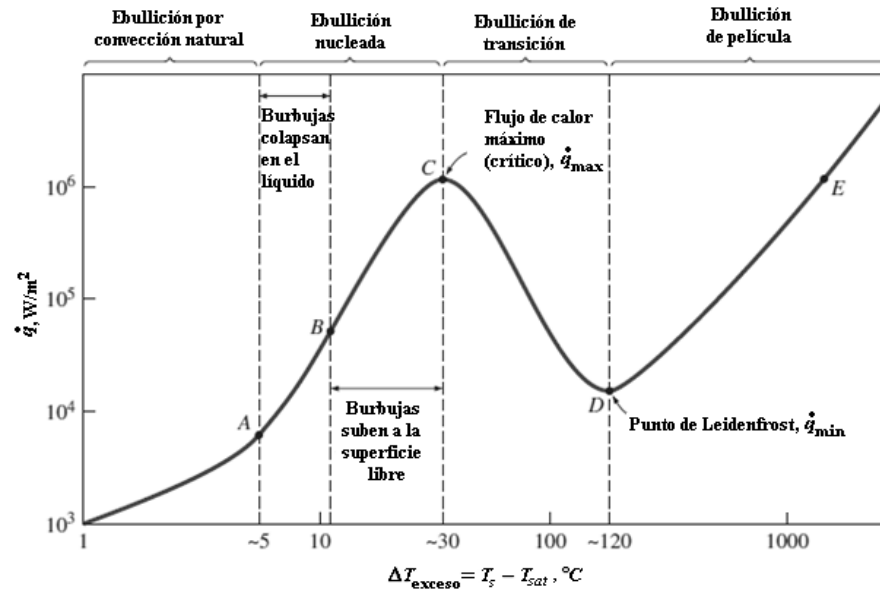
La ebullición se considera de piscina cuando el fluido como conjunto global está estático, y ebullición de flujo cuando hay movimiento macroscópico del conjunto. La ebullición también puede clasificarse como subenfriada y saturada. En la primera la temperatura de masa del líquido es menor que la de saturación. En la segunda la temperatura de masa del líquido es superior a la de saturación.

- Ebullición de piscina

La ebullición de piscina ha sido estudiada y se han identificado distintos regímenes: ebullición por convección natural, ebullición nucleada, ebullición de transición y ebullición de película. (Ver figura Figura 4)

La ebullición por convección natural se presenta cuando la temperatura en exceso es pequeña. El movimiento del fluido está gobernado por la diferencia de densidades. El líquido ligeramente recalentado se dirige a la superficie libre y se evapora cuando la alcanza. La ebullición nucleada empieza cuando se forman las primeras burbujas las cuales colapsan en su camino a la superficie libre. Cuando la temperatura en exceso aumenta, se forman burbujas con mayor rapidez las cuales ascienden formando columnas hasta la superficie libre. El calor transferido aumenta hasta un valor máximo o crítico (Cengel & Ghajar, 2011).

Figura 4 Regímenes de ebullición en piscina (Fluido: Agua)



Adaptado de (Cengel & Ghajar, 2011)

En la ebullición de transición, la superficie empieza a ser cubierta por una capa de vapor que actúa como aislante y reduce la tasa de transferencia de calor. Cuando la temperatura en exceso aumenta lo suficiente, se alcanza el régimen de ebullición de película. En este régimen la superficie caliente está completamente cubierta por una capa de vapor (Cengel & Ghajar, 2011).

- Ebullición en estructuras capilares

El caso de transferencia de calor por ebullición desde medios porosos es más complejo que desde superficies lisas. En esta situación, cuando los flujos de calor son moderados la transferencia de calor en el interior del medio poroso saturados ocurre por conducción y la vaporización ocurre en la superficie. Este modo se conoce como de conducción – convección, pues no ocurre ebullición dentro de la estructura capilar y puede presentarse algo de convección natural (Faghri, 1995).

Cuando el flujo de calor aumenta, se intensifica la evaporación en la superficie del líquido. Es probable que las fuerzas de bombeo sean incapaces de llevar suficiente líquido al evaporador y por lo tanto la interfaz retroceda hacia el interior de la estructura capilar. Si el líquido continúa retrocediendo, el evaporador se seca y se detiene la operación. Antes de que el evaporador se seque la transferencia de calor ocurre por conducción y no hay ebullición dentro de la estructura capilar (Faghri, 1995).

Si la diferencia de temperatura es grande puede aparecer ebullición nucleada en el interior de la malla. Las burbujas crecen en la pared caliente, escapan hacia la interfaz líquido – vapor y estallan rápidamente. Si las burbujas no pueden escapar el flujo de líquido hacia el evaporador se bloquea (Faghri, 1995).

Cuando la diferencia de temperatura es suficiente, se generan muchas burbujas en la pared caliente y se presenta ebullición de película. Estas burbujas se unen antes de escapar a la superficie del líquido, creando una capa de vapor que no permite al líquido llegar a la pared caliente. Como resultado, la temperatura de la pared incrementa rápidamente y el funcionamiento del tubo de calor es bloqueado (Faghri, 1995).

Se han desarrollado estudios experimentales sobre la transferencia de calor por ebullición en medios porosos. Estos han mostrado que la temperatura en exceso necesaria para la formación de burbujas nucleadas es menor que en el caso de ebullición de piscina, ya que hay más sitios de nucleación. Además, que con diferencias de temperatura bajas, los datos experimentales se ajustan al modelo de conducción. El sobrecalentamiento requerido para la formación de burbujas nucleadas en la malla es (Kempers, Robinson, Ewing, & Ching, 2008):

$$T_w - T_{sat}(p_l) = \frac{2\sigma T_{sat}(p_l)}{\rho_v h_{fg} r_c} \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{r_c}{\delta} \right)} \right) \quad (2-7)$$

El uso de esta expresión se dificulta ya que no siempre es posible determinar el radio de los sitios de nucleación, r_c , puesto que depende de lo bien asentada que se encuentre la malla contra la pared. (Kempers, Robinson, Ewing, & Ching, 2008)

- Condensación

La condensación ocurre cuando la temperatura de un vapor se reduce por debajo de la temperatura de saturación, al entrar en contacto con la superficie de un sólido con temperatura superficial menor. Existen dos tipos de condensación: de película y en gotas. En la condensación de película se forma una capa de líquido en la superficie del sólido; mientras que en la condensación en gotas se forman pequeños cúmulos de líquido (Cengel & Ghajar, 2011).

En la condensación de película el líquido forma una capa sobre la superficie que actúa como una resistencia para la transferencia de calor entre la superficie y el vapor. En la condensación en gotas, estas se deslizan cuando alcanzan cierto tamaño, entonces no aparece una resistencia adicional considerable para la transferencia de calor. Sin embargo, aunque la condensación comience en gotas tiende a formarse una película de líquido (Cengel & Ghajar, 2011).

La transferencia de calor por condensación está determinada por la distribución de velocidades y temperaturas en la película de líquido, además de la geometría y las propiedades del fluido. En los tubos de calor puede ser analizada por modelos de conducción – convección en la estructura capilar (Kempers, Robinson, Ewing, & Ching, 2008).

2.3 ECUACIONES DE TRANSPORTE PARA FLUIDOS

En condiciones normales de operación el flujo del vapor es el principal mecanismo de transporte de energía entálpica desde el evaporador al condensador. Las tasas de evaporación y condensación del vapor, al igual que las temperaturas a las que ocurren estos fenómenos; influyen en la capacidad de transporte del tubo de calor, dada una diferencia de temperatura. Desde el punto de vista de condiciones críticas de operación, el flujo del vapor está relacionado con los límites: capilar, sónico y de arrastre.

A continuación, se presentan las ecuaciones de conservación de masa, conservación de cantidad de movimiento y de energía térmica; para el flujo de fluidos newtonianos no isotérmicos. Estas ecuaciones, con las simplificaciones pertinentes, son utilizadas en el análisis de los mecanismos de transferencia de cantidad de movimiento y de calor en el vapor en tubos de calor.

La conservación de masa en el flujo de fluidos se expresa mediante la ecuación de continuidad; la cual puede deducirse planteando el balance de masa para un volumen de control infinitesimal (Cengel & Cimbala, 2006):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \bar{v} = 0 \quad (2-8)$$

La conservación de cantidad de movimiento considera el transporte de esta propiedad en un volumen de control infinitesimal. Las fuerzas involucradas son las debidas a la presión, esfuerzos distorsionales (τ) y la atracción gravitacional. (Bird, Stewart, & Lightfoot, 2002)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) + \nabla \cdot (\rho \bar{v} \bar{v}) \right) = -\nabla p - \nabla \cdot \tau + \rho \bar{g} \quad (2-9)$$

Los esfuerzos distorsionales se relacionan con las velocidades de deformación de acuerdo con una ecuación constitutiva particular. En el caso de los fluidos newtonianos se aplica la ley de viscosidad de Newton (Bird, Stewart, & Lightfoot, 2002).

$$\boldsymbol{\tau} = -\mu(\nabla \bar{\mathbf{v}} + (\nabla \bar{\mathbf{v}})^+) + \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa\right)(\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}})\boldsymbol{\delta} \quad (2-10)$$

Donde, μ es la viscosidad dinámica del fluido y κ es la viscosidad dilatacional. La viscosidad dilatacional es cero para gases monoatómicos. Sin embargo, en muchos casos, en el análisis de flujo de diferentes gases se realiza la misma suposición. Es importante considerar la viscosidad dilatacional en la descripción de la absorción del sonido en gases poliatómicos y en el análisis de flujo de líquidos que contienen burbujas de gas. (Bird, Stewart, & Lightfoot, 2002)

Para fluidos newtonianos e incompresibles la conservación de cantidad de movimiento se expresa como (Levi, 1971):

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\mathbf{v}}) + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}}\bar{\mathbf{v}}) \right) = -\nabla p + \mu \nabla \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}} + \rho \bar{\mathbf{g}} \quad (2-11)$$

La ecuación de la energía térmica se deduce de la substracción de la energía mecánica de la ecuación de conservación de energía. En términos de la energía interna esta ecuación se expresa como (Bird, Stewart, & Lightfoot, 2002):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \nabla \cdot (\rho u \bar{\mathbf{v}}) = \nabla \cdot (k \nabla T) - p(\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}}) - (\boldsymbol{\tau} : \nabla \bar{\mathbf{v}}) \quad (2-12)$$

El término $\nabla \cdot (k \nabla T)$ representa los flujos netos de transferencia de calor por conducción, el término $p(\nabla \cdot \bar{\mathbf{v}})$ tiene en cuenta el trabajo por expansión - compresión y el término $(\boldsymbol{\tau} : \nabla \bar{\mathbf{v}})$ considera la disipación viscosa. (Bird, Stewart, & Lightfoot, 2002)

La ecuación de energía térmica puede transformarse en una ecuación para la temperatura. Esto se realiza reemplazando la energía interna por una expresión que involucra la entalpía ($u = h - p/\rho$) y aplicando expresiones termodinámicas para expresar los cambios de entalpía. Para flujos compresibles la ecuación de energía térmica en términos de la temperatura es (Bird, Stewart, & Lightfoot, 2002):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) + \nabla \cdot (\rho c_p T \mathbf{v}) = \nabla \cdot (k \nabla T) - \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_p \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p \right) - (\boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{v}) \quad (2-13)$$

2.4 ECUACIONES DE TRANSPORTE EN MEDIOS POROSOS

El análisis de los fenómenos de flujo en tubos de calor usualmente se aborda considerando las fases líquida y gaseosa por separado. El líquido se transporta a través de la estructura capilar, la cual es típicamente un medio poroso. Los fenómenos asociados con el flujo del líquido se modelan típicamente con las ecuaciones de transporte propias de los medios porosos.

Un medio poroso es una configuración de materiales que tiene una matriz sólida con un espacio hueco interconectado. A través, del espacio interconectado pueden fluir uno o más fluidos. Usualmente se supone que la matriz es rígida. Una de las propiedades más importantes de un medio poroso es la porosidad, ϕ , que es la fracción del volumen total del medio que está ocupado por espacio hueco. Para ciertos medios, en los que no todo el espacio hueco está interconectado, se hace una distinción; y se denomina porosidad efectiva a la relación entre el volumen del espacio hueco interconectado y el volumen total. (Nield & Bejan, 1999)

En general, en el estudio de fenómenos de transporte en medios porosos se consideran variables macroscópicas, las cuales son promedios apropiados sobre un elemento de volumen representativo. La escala del elemento de volumen

representativo es mucho mayor que la escala de los poros, pero mucho menor que la escala del dominio de flujo. El promedio de las variables de flujo puede hacerse respecto a un elemento de volumen del medio (matriz sólida y fluido) o respecto a un elemento de volumen de fluido. Un caso importante es el de la velocidad. Cuando esta se promedia respecto a un elemento de volumen del fluido se encuentra la velocidad promedio intrínseca. Cuando se promedia respecto a un elemento de volumen del medio se encuentra la velocidad de filtración. A la velocidad de filtración también se le llama velocidad de Darcy o densidad de flujo volumétrico. La velocidad promedio intrínseca, \bar{V} , y la velocidad de Darcy, \bar{v} , se relacionan por medio de la porosidad (Nield & Bejan, 1999):

$$\bar{v} = \phi \bar{V} \quad (2-14)$$

Las ecuaciones de balance para un medio poroso son similares a las de los medios continuos, ya que este se considera macroscópicamente como un medio continuo. La ecuación de conservación de masa para un medio continuo se expresa como (Nield & Bejan, 1999):

$$\phi \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \bar{v}) = 0 \quad (2-15)$$

Los primeros estudios experimentales sobre el flujo en medios porosos fueron realizados por Henry Darcy. La ley de Darcy establece que la velocidad de filtración de un fluido newtoniano en un medio poroso es proporcional al gradiente de presiones e inversamente proporcional a la viscosidad del fluido. Esta ley implica la definición de la propiedad de los medios porosos llamada permeabilidad, K .

$$\bar{v} = -\frac{K}{\mu} \nabla p \quad (2-16)$$

Diferentes autores han realizado extensiones a la ley de Darcy para incluir efectos inerciales, de aceleración, de arrastre cuadrático. Una ecuación general de

movimiento de fluidos en medios porosos es de la siguiente forma (Nield & Bejan, 1999):

$$\rho_l \left[\frac{1}{\phi} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p - \frac{\mu}{K} \mathbf{v} - \frac{c_F \rho_f}{\sqrt{K}} |\mathbf{v}| \mathbf{v} + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2-17)$$

Algunos de esos términos son análogos a los de las ecuaciones de Navier-Stokes, como la aceleración local $(\partial \mathbf{v} / \partial t)$, la aceleración convectiva $((\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v})$ y el segundo término de viscosidad $(\mu \nabla^2 \mathbf{v})$.

El término de aceleración convectiva presenta ciertos inconvenientes, puesto que introduce una no linealidad en la ecuación, es inconsistente con la condición de frontera de deslizamiento cuando se utiliza la ley de Darcy y no es una manera satisfactoria de expresar el arrastre cuadrático. Además, en un medio poroso que tiene una matriz sólida, una partícula no conserva su cantidad de movimiento al desplazarse entre dos puntos, puesto que la interacción con la matriz sólida cambia la cantidad de movimiento. En general, este término debe despreciarse exceptuando para medios altamente porosos. (Nield & Bejan, 1999)

En cuanto al término de aceleración local, la predicción de fenómenos transitorios cuando este término es utilizado no es consistente con otras soluciones y debe incluirse una constante de corrección. Usualmente, este término es ignorado porque en los medios porosos los efectos transitorios decaen rápidamente. (Nield & Bejan, 1999)

El segundo término de viscosidad, propuesto por Brinkman, involucra una nueva propiedad conocida como viscosidad efectiva. Para un medio poroso isotrópico la viscosidad efectiva cumple la relación (Nield & Bejan, 1999):

$$\frac{\mu}{\mu} = \frac{1}{\phi T^*} \quad (2-18)$$

El término viscoso de Brinkman resulta apropiado para medios con porosidad alta. Este término es despreciable en situaciones en que la longitud de escala es mucho mayor que $(\mu K/\mu)^{0.5}$. Se incluye cuando se requiere cumplir una condición de no deslizamiento o hay acoplamiento entre el flujo en el medio poroso y el flujo de un fluido viscoso adyacente. El efecto de este término es significativo en la capa límite. (Nield & Bejan, 1999)

El término de arrastre cuadrático, $c_F \rho_l |\vec{v}| \vec{v} / \sqrt{K}$, fue propuesto por Forchheimer. Este término da cuenta de efectos no lineales que aparecen cuando la velocidad aumenta y que no se puede predecir con la Ley de Darcy. Estos efectos aparecen cuando el arrastre debido a los obstáculos sólidos es comparable con el arrastre superficial debido a la fricción. El coeficiente de arrastre, c_F , depende de la naturaleza del medio poroso y de la velocidad. (Nield & Bejan, 1999)

La ecuación de energía térmica para un medio poroso, puede encontrarse haciendo un balance de energía para un elemento de volumen del medio. En el caso más simple, se considera equilibrio térmico local, es decir, que la temperatura del fluido es igual a la temperatura del sólido. Si se supone, además, que el medio es isotrópico y se desprecian los efectos de radiación, disipación viscosa y trabajo realizado por expansión – compresión, la ecuación de energía térmica se expresa como (Nield & Bejan, 1999):

$$\frac{\partial}{\partial t}((\rho c)_m T) + \nabla \cdot ((\rho c)_l T \vec{v}) = \nabla \cdot (k_m \nabla T) + (\dot{q}_G)_m \quad (2-19)$$

Donde la capacidad calorífica y la tasa de generación interna de calor del medio se encuentran como el promedio ponderado de estas propiedades para el sólido y el fluido.

$$\begin{aligned} (\rho c)_m &= (1 - \phi)(\rho c)_s + \phi(\rho c)_l \\ (\dot{q}_G)_m &= (1 - \phi)(\dot{q}_G)_s + \phi(\dot{q}_G)_l \end{aligned} \quad (2-20)$$

En cuanto a la conductividad térmica efectiva del medio, k_m , existen distintas aproximaciones. Si se supone que la conducción de calor ocurre en paralelo a través del sólido y el fluido, la conductividad térmica efectiva del medio sería:

$$k_m = (1 - \varphi)k_s + \varphi k_l \quad (2-21)$$

Considerando un modelo de conducción en serie a través del sólido y el fluido, la conductividad térmica efectiva del medio sería:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1 - \varphi}{k_s} + \frac{\varphi}{k_l} \quad (2-22)$$

Los modelos de conducción en paralelo y conducción en serie establecen los límites superior e inferior, respectivamente, para la conductividad térmica efectiva del medio. En casos prácticos, el valor estimado de esta propiedad se determina con un promedio geométrico ponderado. (Nield & Bejan, 1999)

$$k_m = k_s^{1-\varphi} k_l^{\varphi} \quad (2-23)$$

2.5 DISEÑOS Y PROPIEDADES DE ESTRUCTURAS CAPILARES

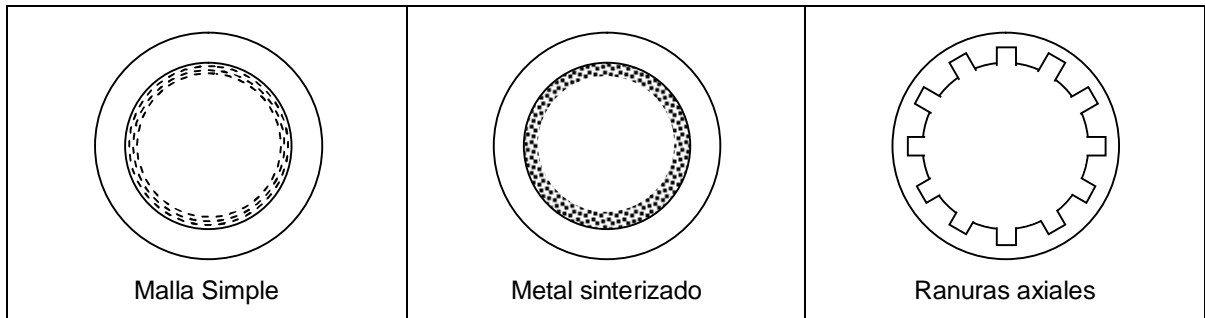
La estructura capilar o mecha es el elemento que permite realizar el transporte del líquido de la zona de condensación a la zona de evaporación y además cumple la función de distribuir geométricamente el espacio interno para permitir una buena operación.

Existen distintos tipos de estructuras capilares o mechas, las más comunes son: sinterizada, ranuras maquinadas en la pared del tubo, tubos capilares periféricos, capas paralelas, arterias y mallas de alambre (Petterson, 1994)

En la interfaz entre el líquido y el vapor en un tubo de calor se necesitan poros pequeños para que se desarrollen presiones capilares altas. Sin embargo en el interior de la malla se prefieren poros grandes para reducir la restricción del flujo (Faghri, 1995). Con la meta de cumplir estas condiciones se han propuesto

diferentes configuraciones para las mechas que combinan las estructuras capilares básicas mostradas en la Figura 5.

Figura 5 Estructuras capilares básicas para tubos de calor



(Appleby & Cataño, 2003)

Estas estructuras pueden separarse en dos tipos: mallas homogéneas y mallas compuestas. Las primeras son más simples de diseñar, manufacturar e instalar. Las segundas pueden representar retos en estos aspectos, pero también logran incrementar significativamente el límite capilar del tubo de calor. Estos aspectos deben ponderarse en el diseño de los tubos de calor dependiendo de la aplicación.

Las estructuras homogéneas son construidas con un solo material o con procesos de maquinado en las paredes del tubo. Entre estas se encuentran la malla simple, el material sinterizado, ranuras y arterias. Las mechas compuestas pretenden tener grandes poros en el interior y pequeños en la interfaz con el vapor y pueden ser variaciones o combinaciones de las estructuras homogéneas.

Tres propiedades básicas de las mechas deben considerarse, independientemente del tipo, éstas son: radio de capilaridad mínimo, permeabilidad y conductividad térmica efectiva. Siendo una combinación ideal tener un radio de capilaridad mínimo bajo, una alta permeabilidad y una alta conductividad térmica efectiva. Aunque estas propiedades pueden resultar contradictorias en la mayoría de los casos (Faghri, 1995). En la Tabla 1, se resumen las principales propiedades de estructuras capilares simples.

Tabla 1 Propiedades de estructuras capilares simples

Tipo de malla	Radio efectivo de poro	Porosidad	Permeabilidad	Conductividad térmica efectiva
	r_{eff}	ϕ	K	k_m
Malla de alambre	$\frac{1}{2N}$	$1 - \frac{1.05\pi Nd_w}{4}$	$\frac{d_w^2 \phi^3}{122(1-\phi)^2}$	$\frac{k_l [(k_l + k_s) - (1-\phi)(k_l - k_s)]}{(k_l + k_s) + (1-\phi)(k_l - k_s)}$
Ranuras rectangulares axiales	W	$\frac{W}{S}$	$\frac{\phi(D_h)^2}{2(f Re)}$	$\frac{Wk_l + (S-W)k_s}{S}$
Esferas Sinterizadas	$0.41r_s$	0.27-0.66	$\frac{r_s^2 \phi^3}{150(1-\phi)^2}$	$\frac{k_s [2 + k_l/k_s - 2\phi(1 - k_l/k_s)]}{2 + k_l/k_s + \phi(1 - k_l/k_s)}$

(Faghri, 1995), (Petterson, 1994)

La implementación de una estructura capilar impone límites al calor máximo que puede transferir un tubo de calor. Cada tipo de mecha tiene sus ventajas y desventajas, por lo tanto su selección depende de la aplicación. La estructura capilar debe tener ciertas características: capilaridad, mojabilidad, permeabilidad y alta conductividad térmica. La estructura capilar puede afectar el desempeño del tubo de calor de dos formas. Primero constituye una resistencia térmica para el flujo de calor hacia el interior del tubo. Segundo, limita el flujo total de calor que se puede transmitir bien sea por límite capilar o límite de ebullición (Williams & Harris, 2005).

2.6 LÍMITES DE OPERACIÓN EN LOS TUBOS DE CALOR

La potencia que puede transferir un tubo de calor es limitada. Los mecanismos que garantizan el funcionamiento del tubo de calor pueden detenerse, a ciertas tasas de transferencia de calor y temperaturas de operación. Cuando esto ocurre se dice que el tubo de calor ha alcanzado su límite de operación. Los límites de transferencia de calor pueden deberse a distintas causas:

- Límite capilar: La habilidad de una estructura capilar de garantizar el flujo del líquido en condiciones de trabajo particulares es limitada. Por lo anterior, el flujo de calor máximo a través del tubo de calor se limita, ya que no se bombea suficiente líquido al evaporador. Esto ocurre porque la diferencia entre la presión de vapor y la del líquido supera la presión capilar máxima que la mecha puede sostener (Faghri, 1995)
- Límite de ebullición: Si el flujo de calor radial en la sección del evaporador se vuelve demasiado alto, el líquido en la estructura porosa en el evaporador comienza a ebullición y la temperatura de la pared alcanza valores muy altos. Las burbujas bloquean el camino del fluido hacia el evaporador, lo que puede ocasionar secado de esta zona. Este límite es común en tubos de calor con fluidos de trabajo no-metálicos como: agua, etanol, metanol, acetona, entre otros. (Faghri, 1995)
- Límite viscoso: A bajas temperaturas las fuerzas viscosas pueden volverse apreciables comparadas con los gradientes de presión asociados a la distribución de temperatura. El flujo del vapor puede estancarse. (Faghri, 1995)
- Límite sónico: Cuando la velocidad del vapor alcanza la velocidad del sonido, se alcanza un máximo para la tasa de transferencia de calor. En esta condición, la reducción de la presión en el condensador, es decir, la reducción de la temperatura del mismo, no se traduce en un incremento del flujo másico del vapor. Para tener tasas de transferencia de calor mayores es necesario incrementar la temperatura del evaporador, lo que se traduce en un gradiente de temperatura axial mayor. (Pettersen, 1994)
- Límite de arrastre: Los flujos del vapor y del líquido son opuestos, y a ciertas velocidades del vapor los esfuerzos cortantes en la interfaz pueden

desestabilizar el flujo del líquido. El efecto puede ser tal, que gotas de líquido son arrastradas al núcleo de vapor y llevadas al condensador. En esta condición, hay acumulación de masa en el condensador y secado del evaporador. (Petterson, 1994)

2.7 MODELOS DE LA OPERACIÓN DE TUBOS DE CALOR EN ESTADO ESTABLE

El desempeño de un tubo de calor está caracterizado por su resistencia térmica efectiva y la máxima capacidad de transporte de calor. En general, los estudios teóricos y experimentales de la operación estable de tubos de calor están orientados a la determinación de estos parámetros (Tsai, Wu, Chang, Shih, & Chen, 2010). Existen distintos modelos de operación estable de tubos calor que incluyen, entre otros: análisis simplificados mediante redes de resistencias térmicas (Zuo & Faghri, 1998), modelos de flujo quasi – unidimensionales (Petterson, 1994), modelos numéricos bidimensionales (axialsimétricos) (Ismail & Zanardi, 1996) y tridimensionales (Kaya & Goldak, 2007), que implican la solución de ecuaciones diferenciales no lineales.

Los balances de transporte en el vapor se hacen de manera tradicional mediante las ecuaciones de transporte de masa, momentum y energía. Los análisis se realizan con distintos niveles de complejidad dependiendo de las consideraciones incluidas. Hay modelos en los que se asumen incompresibilidad y temperatura constante. Existen otros, más complejos, en los que se incluyen efectos de cambio de densidad y temperatura y se trata la interfaz con el líquido de manera más rigurosa (Faghri, 1995).

En los modelos más simples el flujo del fluido en la estructura capilar, se considera usualmente estable, unidimensional, incompresible y con fuerzas inerciales despreciables. El fluido y la estructura se asumen en equilibrio local y las

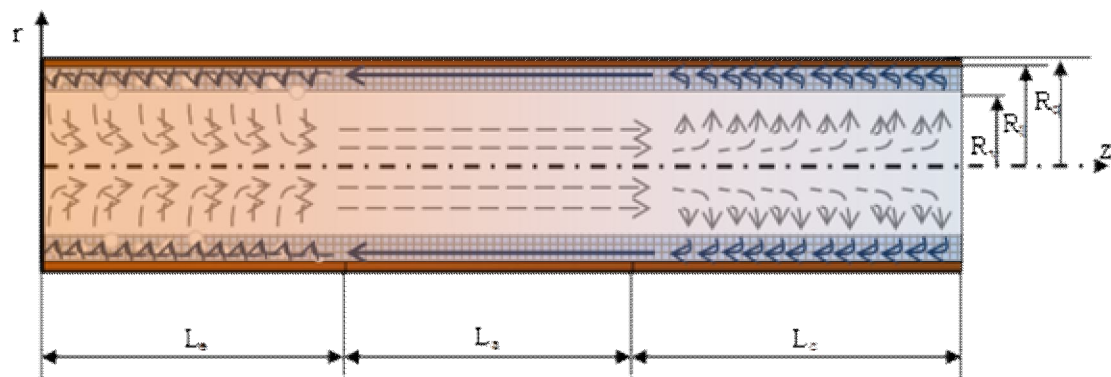
velocidades radiales y axiales son promediadas en el volumen local. También se asume que la mecha es isotrópica y homogénea. (Zhu & Vafai, 1999)

Métodos de análisis del desempeño de los tubos de calor, tanto numéricos como analíticos, han sido desarrollados extensivamente por los investigadores. Sin embargo estos análisis se han centrado en la dinámica del flujo del vapor. El flujo del líquido y el acople de líquido – vapor es complejo, por eso, se han utilizado métodos numéricos (Zhu & Vafai, 1999)

Estos modelos numéricos más completos y avanzados, incluyen efectos de frontera e inerciales. Además consideran el acople entre el líquido y el vapor aplicando la ecuación de Laplace-Young o una condición de salto de momentum. Usualmente, ignoran las condiciones de velocidad y esfuerzo cortante en estos puntos y suponen una frontera de no deslizamiento (Zhu & Vafai, 1999).

En la Figura 6, se presenta el sistema coordinado y la notación que se utiliza para la geometría en la descripción de los modelos de operación de tubos de calor.

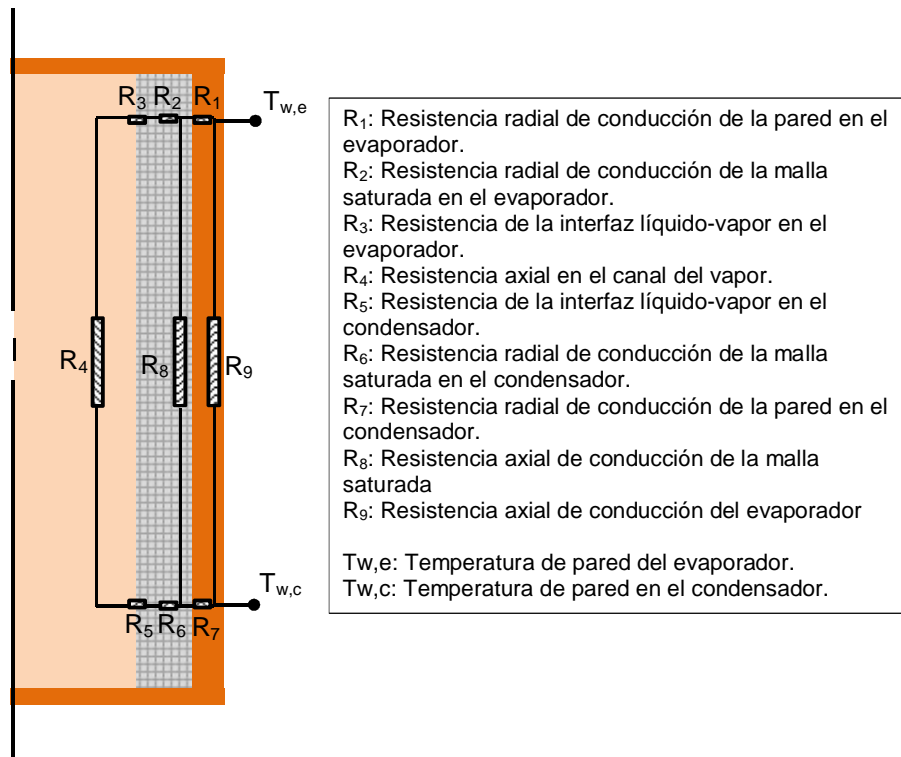
Figura 6 Geometría del tubo de calor



2.7.1 Modelo de parámetros concentrados

Los modelos más simples para la determinación de la conductancia térmica de un tubo de calor se basan en una red de resistencias térmicas equivalentes. Esta red incluye nueve resistencias en un arreglo combinado de serie y paralelo. En la Figura 7, se presenta un esquema de la red de resistencias térmicas.

Figura 7 Red de resistencias térmicas de un tubo de calor



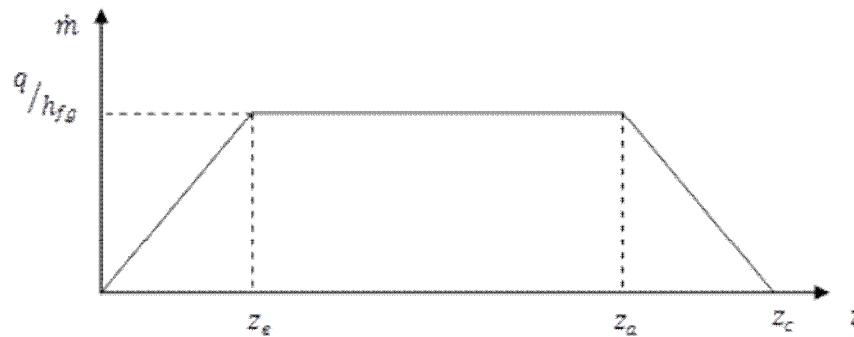
En el modelo de red térmica se supone que la transferencia de calor en la malla ocurre por conducción y que los fenómenos de evaporación y condensación se presentan en la interfaz líquido vapor (Zuo & Faghri, 1998). Las resistencias de conducción de calor axial a través de la malla saturada y la pared del contenedor son de gran magnitud en comparación con las otras resistencias, por lo cual se desprecia la conducción de calor axial (Petterson, 1994). Además, las resistencias de la interfaz y la resistencia de convección en el vapor se consideran despreciables (Petterson, 1994). Por lo anterior, en los modelos simplificados se tienen en cuenta, principalmente, las resistencias por conducción radial a través

de la malla saturada y la pared del contenedor ((Zuo & Faghri, 1998) y (Petterson, 1994))

2.7.2 Modelos unidimensionales para el flujo del líquido y el vapor

Se propone que el flujo másico sea variable para considerar el intercambio de masa entre los subsistemas del líquido y el vapor. Para el vapor se presenta adición de masa al flujo en el evaporador y remoción de masa en el condensador. Para el líquido se tiene adición de masa en el condensador y remoción de masa en el evaporador. Se supone que el flujo másico presenta el comportamiento de la Figura 8. Se debe tener en cuenta que el vapor fluye del evaporador al condensador, es decir en la dirección positiva del eje denotado en la figura como z , y que el líquido fluye en dirección contraria.

Figura 8 Variación del flujo másico para modelos unidimensionales



El flujo del líquido se supone unidimensional, teniendo en cuenta que para la mayoría de los tubos de calor la estructura porosa o mecha es muy delgada. Además, se aplica la ley de Darcy como expresión para el gradiente de presión (Faghri, 1995).

$$\frac{dp_l}{dz} = \frac{\mu_l \dot{m}_l}{\rho_l A_l K} \quad (2-24)$$

Para el vapor se utiliza un modelo quasi – unidimensional y se supone una distribución para la velocidad axial en la dirección radial. En las regiones de evaporación y condensación el perfil de velocidades se ve afectado por la intensidad de adición o remoción de masa. El criterio para la validez de los perfiles propuestos se basa en el número de Reynolds radial. El número de Reynolds radial se define como (Faghri, 1995):

$$\text{Re}_r = \frac{\rho_v v_v R_v}{\mu_v} = \frac{1}{2\pi\mu_v} \frac{d\dot{m}_v}{dz} \quad (2-25)$$

Para números de Reynolds radiales pequeños ($|\text{Re}_r| \ll 1$) la distribución radial de la velocidad axial se aproxima a un perfil parabólico. (Faghri, 1995)

$$w_v = 2\bar{w}_v \left(1 - \frac{r^2}{R_v^2} \right) \quad (2-26)$$

Para flujo de vapor laminar incompresible en un ducto cilíndrico con inyección o succión uniforme a través de una pared porosa el gradiente aproximado de presiones se encuentra como (Faghri, 1995):

$$\frac{dp_v}{dz} = -\frac{8\mu_v \dot{m}}{\pi \rho_v R_v^4} \left(1 + \frac{3}{4} \text{Re}_r - \frac{11}{270} \text{Re}_r^2 + \dots \right) \quad (2-27)$$

Tomando los dos primeros términos de la serie, el término constante y el lineal, la expresión para el gradiente de presiones es:

$$\frac{dp_v}{dz} = -\frac{8\mu_v \dot{m}_v}{A_v \rho_v R_v^2} - \frac{3\dot{m}_v}{A_v^2 \rho_v} \frac{d\dot{m}_v}{dz} \quad (2-28)$$

Esta expresión es similar a la que se obtiene al realizar un balance unidimensional de cantidad de movimiento en un elemento diferencial de volumen. Las dos expresiones son iguales cuando $(f_v Re_v) = 16$ y $\beta = 3/2$. (Petterson, 1994)

$$\frac{dp_v}{dz} = -\frac{(f_v Re_v)\mu_v m_v}{2A_v \rho_v R_v^2} - \beta \frac{2m_v}{A_v^2 \rho_v} \frac{dm_v}{dz} \quad (2-29)$$

2.7.3 Condiciones de acoplamiento en la interfaz

El enfoque de los modelos más simples de la operación de tubos de calor es el de analizar por separado los fenómenos hidrodinámicos y térmicos. Sin embargo, el funcionamiento de un tubo de calor requiere del acoplamiento de distintos fenómenos físicos, además, del cumplimiento de la conservación de masa, cantidad de movimiento y energía en la interfaz líquido – vapor.

La conservación de masa en la interfaz implica que (Zhu & Vafai, 1999):

$$(\rho_l v_l)_i = (\rho_v v_v)_i \quad (2-30)$$

El balance de energía en la interfaz, despreciando la energía cinética y la disipación viscosa en ambas corriente, se expresa como (Ismail & Zanardi, 1996):

$$\left(-k_m \frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_i + (\rho_l v_l h_l)_i = \left(-k_v \frac{\partial T_v}{\partial r} \right)_i + (\rho_v v_v h_v)_i \quad (2-31)$$

La conservación de cantidad de movimiento en la dirección radial se evalúa de manera simplificada, despreciando la contribución de la presión de separación y de los esfuerzos cortantes radiales (Faghri, 1995).

$$(p_v - p_l)_i - \frac{2\sigma}{R} = (\rho_l v_l^2)_i - (\rho_v v_v^2)_i \quad (2-32)$$

La conservación de cantidad de movimiento en la dirección axial, cuando se desprecia el gradiente de la tensión superficial, requiere que las velocidades

axiales y los esfuerzos cortantes, en la interfaz, para ambas fases sean iguales (Zhu & Vafai, 1999).

$$\begin{aligned} w_l|_i &= w_v|_i = w_i \\ \mu_l \frac{\partial w_l}{\partial r}|_i &= \mu_v \frac{\partial w_v}{\partial r}|_i \end{aligned} \quad (2-33)$$

Además, el equilibrio térmico requiere que la temperatura de ambas fases en la interfaz sea igual (Ismail & Zanardi, 1996).

$$T_l|_i = T_v|_i = T_i \quad (2-34)$$

El equilibrio de fases líquido –vapor implica que el vapor en la interfaz se encuentre saturado, es decir (Ismail & Zanardi, 1996):

$$p_v|_i = p_{sat}(T_i) \quad (2-35)$$

2.7.4 Modelos de operación acoplados

La operación de tubos de calor involucra el flujo másico del líquido y el vapor. En los modelos simplificados estos flujos son analizados de manera independiente y su acoplamiento se limita a considerar la conservación de masa en la interfaz. Además, en general, en los modelos simplificados se asume que la evaporación y la condensación ocurren de manera uniforme; es decir que la velocidad radial en cada una de estas regiones es constante. El acoplamiento líquido – vapor y de fenómenos hidrodinámicos y térmicos es considerado, en distinta media, por modelos más avanzados, analíticos y numéricos.

Los efectos de acoplamiento hidrodinámico del líquido y el vapor, y además, el arrastre cuadrático y los efectos viscosos en el líquido, son tenidos en cuenta por (Zhu & Vafai, 1999). En el modelo axial simétrico propuesto se hace un análisis exclusivamente hidrodinámico, y a través de una aproximación quasi – unidimensional, en la que se proponen perfiles de velocidad axial para el líquido y

el vapor, se encuentran soluciones analíticas para las ecuaciones de transporte. Para este modelo se supone que: los flujos del líquido y el vapor son estacionarios, laminares e incompresibles, la malla es isotrópica y se encuentra saturada del fluido de trabajo, la inyección y succión de masa en el evaporador y el condensador es uniforme; y las fases líquida y vapor se acoplan en la interfaz en la que hay continuidad de velocidades axiales y de esfuerzos cortantes. (Zhu & Vafai, 1999)

El perfil de velocidades para la velocidad axial del vapor, propuesto por (Zhu & Vafai, 1999), es parabólico y tiene el acoplamiento de velocidades axiales en la interfaz. El perfil de velocidades para el líquido se basa en expansiones asintóticas acopladas e incorpora los efectos de capa límite de deslizamiento en la interfaz. De este modelo, se derivan expresiones para la distribución de presiones en ambas fases y para el límite capilar. (Zhu & Vafai, 1999)

Un modelo numérico generalizado para la operación en estado estable fue desarrollado por (Ismail & Zanardi, 1996). En este modelo bidimensional y con simetría axial se supone que los flujos del líquido y el vapor son laminares, en estado estacionario y no isotérmicos. Además, que los fenómenos de condensación y evaporación ocurren únicamente en la interfaz, la cual se encuentra a la temperatura de saturación correspondiente a la presión local. El modelo considera efectos de acoplamiento térmico e hidrodinámico. Además, utiliza para la descripción del movimiento del líquido ecuaciones similares a las de Navier-Stokes, en las que se incorpora el término de Darcy. Para la discretización de las ecuaciones se usa el método de volúmenes finitos, utilizando un esquema de diferenciación analítico localmente (LOAD) y el algoritmo SIMPLE (Semi – Implicit Method for Pressure Linked Equations) para la solución. (Ismail & Zanardi, 1996).

Los tubos de calor, en ciertas aplicaciones, deben someterse a un calentamiento no simétrico respecto al eje. Para estos casos los modelos con simetría axial son insuficientes para la predicción de los flujos y las distribuciones de temperatura. Existen modelos tridimensionales que sirven para analizar el comportamiento de tubos de calor con condiciones de frontera térmica no simétrica.

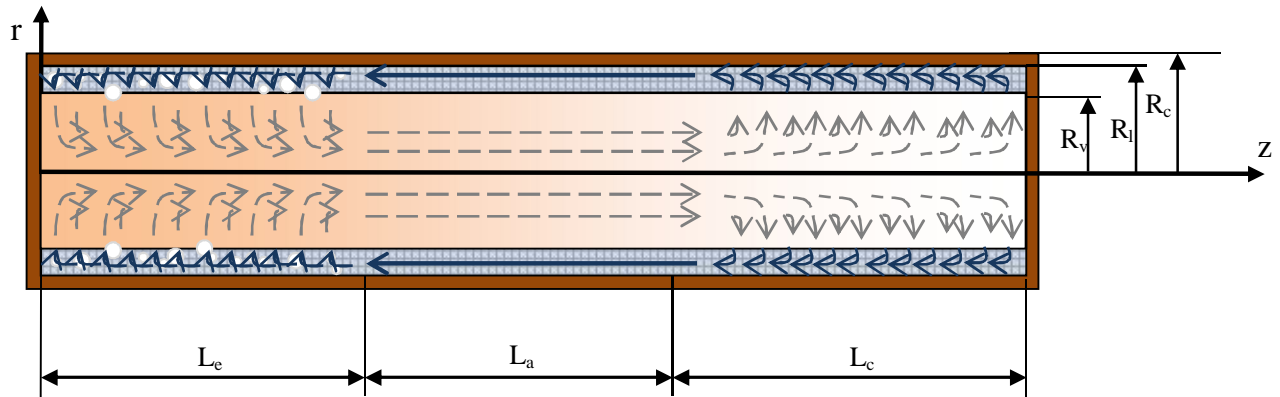
Un modelo numérico tridimensional para operación en estado estable de tubos de calor es implementado por (Kaya & Goldak, 2007). Este modelo es aplicable a tubos de calor que operan en posición horizontal, entonces se desprecian los efectos gravitacionales. Además, se desprecian los efectos de radiación térmica y se supone que: los fluidos son newtonianos, el vapor es un gas ideal, la malla es homogénea, isotrópica y se encuentra saturada de fluido de trabajo, no hay ebullición al interior de la malla. Se asume que las densidades del líquido y el vapor dependen únicamente de la temperatura (Kaya & Goldak, 2007).

La ecuación de movimiento utilizada para el líquido tiene extensiones a la ley de Darcy que son el término de arrastre de Forchheimer y el término viscoso de Brinkmann. Además, se emplea la ecuación de Clausius – Clapeyron para encontrar la temperatura de la interfaz a partir de la presión local de la misma. En el evaporador se aplica una entrada de calor no simétrica y en el condensador se supone una remoción constante de calor. Para la solución de las ecuaciones se utiliza el método de elementos finitos. Los resultados muestran que, a pesar de la entrada no simétrica de calor, el flujo del vapor mantiene su simetría. (Kaya & Goldak, 2007)

3 MODELO FÍSICO – MATEMÁTICO PROPUESTO PARA UN TDC CON MALLA METÁLICA AXIAL SIMÉTRICO CON FLUIDO NEWTONIANO

El modelo propuesto supone simetría axial y estado estacionario. Considera dos dominios, el vapor y el líquido. Los fenómenos en ambos dominios se acoplan mediante las ecuaciones de balance y continuidad en la interfaz. Se tiene en cuenta la dependencia de las propiedades físicas del líquido y el vapor con la temperatura y la presión. No se modela el contenedor del tubo de calor, puesto que tiene un espesor pequeño y una conductividad térmica alta, entonces se supone que la resistencia térmica de la pared del contenedor es despreciable. En la Figura 9, se presenta la notación para los principales parámetros geométricos y el sistema coordenado utilizado.

Figura 9 Geometría del tubo de calor y sistema coordenado



A continuación, se presentan el modelo propuesto, representado por las ecuaciones para cada uno de los dominios y las condiciones de frontera. Además, se indican las simplificaciones y suposiciones tenidas en cuenta.

3.1 ECUACIONES GOBERNANTES PARA EL VAPOR

El vapor se puede considerar como un fluido newtoniano. Sin embargo, las variaciones de temperatura y presión pueden afectar su densidad. Resulta más apropiado plantear las ecuaciones de conservación para un fluido newtoniano compresible. El flujo del vapor se considera laminar.

3.1.1 Conservación de masa para el vapor

En estado estacionario, la conservación de masa en el vapor requiere que se cumpla la ecuación:

$$\nabla \cdot (\rho_v \mathbf{v}_v) = 0 \quad (3-1)$$

En coordenadas cilíndricas y considerando simetría axial, la ecuación (3-1) se expresa como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_v v_v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_v w_v) = 0 \quad (3-2)$$

3.1.2 Ecuaciones de movimiento para el vapor

La ecuación de movimiento para flujos en estado estable se expresa como:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} \quad (3-3)$$

En coordenadas cilíndricas y considerando simetría axial, las componentes radial y axial de esta ecuación vectorial son:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_v v_v v_v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_v v_v w_v) = \frac{-\partial p_v}{\partial r} - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr,v}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zr,v}) \right] + \rho_v g_r \quad (3-4)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_v v_v w_v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_v w_v w_v) = \frac{-\partial p_v}{\partial z} + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz,v}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zz,v}) \right] + \rho_v g_z \quad (3-5)$$

Ley de viscosidad de Newton para fluidos con viscosidad dilatacional despreciable, en coordenadas cilíndricas y en dos dimensiones (radial y axial) se enuncia a continuación.

$$\begin{aligned}
\tau_{rr} &= -\mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{v} \\
\tau_{zz} &= -\mu \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \vec{v} \\
\tau_{rz} &= \tau_{zr} = -\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right)
\end{aligned} \tag{3-6}$$

Combinando las expresiones (3-4) y (3-6), la conservación de cantidad de movimiento en dirección radial es.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_v v_v v_v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_v v_v w_v) \\
&= \frac{-\partial p_v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_v \frac{\partial v_v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_v \frac{\partial v_v}{\partial z} \right) + \\
& \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_v \frac{\partial v_v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_v \frac{\partial w_v}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_v \nabla \cdot \vec{v}_v) + \rho_v g_r
\end{aligned} \tag{3-7}$$

De forma más compacta:

$$\begin{aligned}
& \nabla \cdot (\rho_v v_v \vec{v}_v) = -\frac{\partial p_v}{\partial r} + \nabla \cdot (\mu_v \nabla v_v) \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_v \frac{\partial v_v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_v \frac{\partial w_v}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_v \nabla \cdot \vec{v}_v) + \rho_v g_r
\end{aligned} \tag{3-8}$$

Sustituyendo la ley de viscosidad de Newton (3-6) en la ecuación para la cantidad de movimiento en dirección axial (3-5), se llega a lo siguiente.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_v v_v w_v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_v w_v w_v) \\
&= \frac{-\partial p_v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_v \frac{\partial w_v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_v \frac{\partial w_v}{\partial z} \right) \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_v \frac{\partial v_v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_v \frac{\partial w_v}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu_v \nabla \cdot \vec{v}_v) + \rho_v g_z
\end{aligned} \tag{3-9}$$

De forma más compacta:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\rho_v w_v \bar{v}_v) &= -\frac{\partial p_v}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu_v \nabla w_v) \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_v \frac{\partial v_v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_v \frac{\partial w_v}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu_v \nabla \cdot \bar{v}_v) + \rho_v g_z\end{aligned}\quad (3-10)$$

3.1.3 Ecuación de energía térmica para el vapor

Se utiliza la expresión para la energía térmica expresada en términos de la temperatura (2-13). Se considera estado estacionario y se desprecia la disipación viscosa.

$$\nabla \cdot (\rho_v c_{p,v} T_v \bar{v}_v) = \nabla \cdot (k_v \nabla T_v) - \left(\frac{\partial \ln \rho_v}{\partial \ln T_v} \right)_p \bar{v}_v \cdot \nabla p_v \quad (3-11)$$

En coordenadas cilíndricas y con simetría axial.

$$\begin{aligned}&\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_v c_{p,v} T_v v_v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_v c_{p,v} T_v w_v) \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k_v \frac{\partial T_v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_v \frac{\partial T_v}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial \ln \rho_v}{\partial \ln T_v} \right)_p \left(v_v \frac{\partial p_v}{\partial r} + w_v \frac{\partial p_v}{\partial z} \right)\end{aligned}\quad (3-12)$$

3.2 ECUACIONES GOBERNANTES PARA EL LÍQUIDO

El líquido se considera como un fluido newtoniano, para el cual las propiedades físicas son fuertemente dependientes de la temperatura y poco de la presión. El flujo del líquido dentro de la malla es flujo en medio poroso, por lo cual son aplicables la ley de Darcy y sus extensiones. Las componentes de la velocidad utilizadas en las ecuaciones hacen referencia a la velocidad de filtración o velocidad de Darcy.

3.2.1 Conservación de masa para el líquido

La ecuación de conservación de masa para flujo en medios porosos, (2-15), en estado estacionario se reduce a:

$$\nabla \cdot (\rho_l \bar{v}_l) = 0 \quad (3-13)$$

La expresión expandida para el sistema coordenado utilizado:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_l v_l) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_l w_l) = 0 \quad (3-14)$$

3.2.2 Ecuaciones de movimiento para el líquido

Para el análisis de la variación de la presión en el líquido se tiene en cuenta: la ley de Darcy, el arrastre cuadrático y los efectos de la aceleración de gravedad. Cabe anotar que, como no se tiene en cuenta el término viscoso de Brinkman se presenta deslizamiento en la pared.

$$\nabla p_l = -\frac{\mu_l}{K} \bar{v}_l - \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \bar{v}_l + \rho_l \bar{g} \quad (3-15)$$

El gradiente de presiones en dirección radial se expresa como:

$$\frac{\partial p_l}{\partial r} = -v_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right) + \rho_l g_r \quad (3-16)$$

El gradiente de presiones en dirección axial se expresa como:

$$\frac{\partial p_l}{\partial z} = -w_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right) + \rho_l g_z \quad (3-17)$$

En el presente modelo propone combinar las ecuaciones de movimiento y de conservación de masa para el líquido con el fin de obtener una expresión explícita para la presión. De las ecuaciones (3-16) y (3-17) se pueden despejar las componentes de la velocidad.

$$v_l = \frac{\left(\rho_l g_r - \frac{\partial p_l}{\partial r} \right)}{\left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right)} \quad (3-18)$$

$$w_l = \frac{\left(\rho_l g_z - \frac{\partial p_l}{\partial z} \right)}{\left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right)} \quad (3-19)$$

Estas expresiones para las componentes de la velocidad, (3-18) y (3-19), pueden reemplazarse en la ecuación de continuidad, (3-14), y así encontrar una ecuación para el campo de presiones.

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right)^{-1} \frac{\partial p_l}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right)^{-1} \frac{\partial p_l}{\partial z} \right) \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \rho_l^2 \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right)^{-1} g_r \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_l^2 \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right)^{-1} g_z \right) = 0 \end{aligned} \quad (3-20)$$

La representación en notación vectorial es (3-21). Los términos de la ecuación se expresan como la divergencia de campos vectoriales, lo cual es particularmente conveniente para la implementación del método de volúmenes finitos.

$$-\nabla \cdot \left(\rho_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right)^{-1} \nabla p_l \right) + \nabla \cdot \left(\rho_l^2 \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right)^{-1} \bar{g} \right) = 0 \quad (3-21)$$

3.2.3 Ecuación de energía térmica para el líquido

Se utiliza la ecuación de energía térmica en medios porosos suponiendo que hay equilibrio térmico local (2-19). Además, se desprecia la conversión de energía mecánica en energía térmica por el fenómeno de disipación viscosa y el trabajo por expansión. La ecuación en notación vectorial, en términos flujos de entalpía y calor para el líquido es:

$$\nabla \cdot (\rho_l c_{p,l} T_l \bar{v}_l) = \nabla \cdot (k_m \nabla T_l) \quad (3-22)$$

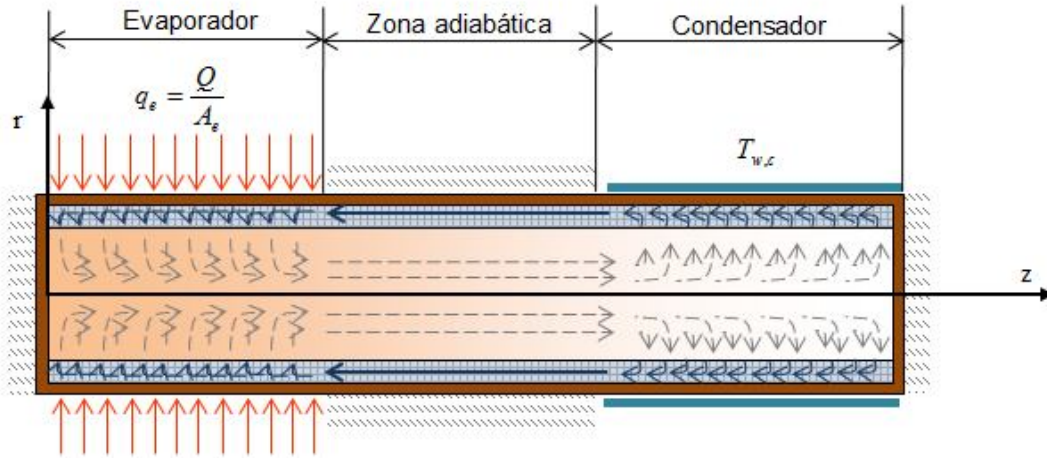
La expresión expandida para coordenadas cilíndricas con simetría axial es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_l c_{p,l} T_l v_l) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_l c_{p,l} T_l w_l) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_l \frac{\partial T_l}{\partial z} \right) \quad (3-23)$$

3.3 CONDICIONES DE FRONTERA

El modelo propuesto considera una condición de operación en la que se aplica un flujo de calor uniforme en el evaporador y una temperatura de pared uniforme en el condensador. Además, se desprecia la transferencia de calor en los extremos del tubo de calor. En la zona adiabática, tampoco hay transferencia de calor a través de la pared del contenedor. Las condiciones de frontera para el tubo de calor se esquematizan en la Figura 10.

Figura 10 Condiciones de operación del tubo de calor para el modelo



A continuación, se listan las condiciones de frontera utilizadas para los dos dominios considerados y las ecuaciones de acoplamiento en la interfaz líquido vapor.

3.3.1 Condiciones de frontera para el vapor

En el extremo del evaporador se tiene una pared impermeable y adiabática.

$$v_v(r, z = 0) = 0 \text{ y } w_v(r, z = 0) = 0 \quad (3-24)$$

$$\left. \frac{\partial T_v}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (3-25)$$

En el extremo de condensador también se tiene una pared impermeable y adiabática.

$$v_v(r, z = L) = 0 \text{ y } w_v(r, z = L) = 0 \quad (3-26)$$

$$\left. \frac{\partial T_v}{\partial z} \right|_{z=L} = 0 \quad (3-27)$$

En la línea de simetría no se presentan esfuerzos cortantes, por lo cual las velocidades axiales presentan simetría respecto a esta.

$$\left. \frac{\partial w_v}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (3-28)$$

Además, la masa no atraviesa la línea de simetría.

$$v_v(r = 0, z) = 0 \quad (3-29)$$

La línea de simetría también es adiabática.

$$\left. \frac{\partial T_v}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (3-30)$$

3.3.2 Condiciones de frontera para el líquido

Para el líquido, también se tienen, en el extremo del evaporador y en el extremo del condensador, paredes impermeables y adiabáticas.

$$w_l(r, z = 0) = 0 \quad (3-31)$$

$$\left. \frac{\partial T_l}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad (3-32)$$

$$w_l(r, z = L) = 0 \quad (3-33)$$

$$\left. \frac{\partial T_l}{\partial z} \right|_{z=L} = 0 \quad (3-34)$$

La pared del contenedor también es impermeable.

$$v_l(r = R_l, z) = 0 \quad (3-35)$$

Las condiciones de frontera térmica para el líquido en la pared adyacente al contenedor son distintas en cada una de las zonas. En el evaporador se presenta un flujo de calor constante.

$$\left(-k_m \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) \Big|_{r=R_l} = q_e \quad 0 \leq z \leq L_e \quad (3-36)$$

En la zona adiabática, no se presenta flujo de calor a través de la frontera.

$$\frac{\partial T_l}{\partial r} \Big|_{r=R_l} = 0 \quad L_e \leq z \leq L_e + L_a \quad (3-37)$$

En el condensador, la temperatura de la frontera es uniforme.

$$T_l(r = R_l, z) = L_e + L_a \leq z \leq L \quad (3-38)$$

3.3.3 Interfaz líquido – vapor

La interfaz líquido –vapor se asume como una pared rígida permeable, en la cual no se presenta transferencia de cantidad de movimiento en la dirección axial. Lo anterior, implica que no hay arrastre entre las corrientes de flujo y que tanto para el líquido como para el vapor se debe cumplir la condición de no deslizamiento para velocidades axiales.

$$w_v(r = R_v, z) = 0 \quad (3-39)$$

Sin embargo, en la dirección radial se considera que se conserva la cantidad de movimiento, (2-32). La fuerza de tensión superficial compensa la diferencia de presiones y de flujos de cantidad de movimiento.

$$(p_v - p_l) \Big|_{r=R_v} - \frac{2\sigma}{R} = (\rho_l v_l^2) \Big|_{r=R_v} - (\rho_v v_v^2) \Big|_{r=R_v} \quad (3-40)$$

A través de la interfaz líquido – vapor se presenta flujo. En el condensador el flujo es desde el dominio del vapor hacia el dominio del líquido. En el evaporador el

flujo es desde el dominio del líquido hacia el dominio del vapor. La masa se conserva al atravesar la interfaz y no se acumula en esta (2-30).

$$(\rho_l v_l)|_{r=R_v} = (\rho_v v_v)|_{r=R_v} \quad (3-41)$$

En cuanto a las condiciones de frontera térmica, se considera un balance de energía térmica en la interfaz, (2-31), y continuidad en la temperatura, (2-34).

$$-k_m \frac{\partial T_l}{\partial r} \Big|_{r=R_v} + (\rho_l h_l v_l)|_{r=R_v} = -k_v \frac{\partial T_v}{\partial r} \Big|_{r=R_v} + (\rho_v h_v v_v)|_{r=R_v} \quad (3-42)$$

$$T_l(r = R_v, z) = T_v(r = R_v, z) \quad (3-43)$$

Además, el equilibrio líquido – vapor impone que la temperatura de la interfaz sea igual a la temperatura de saturación correspondiente a la presión del vapor, (2-35).

$$T_v(r = R_v, z) = T_{sat}(p_v|_{r=R_v}) \quad (3-44)$$

4 SOLUCIÓN DEL MODELO PROPUESTO

El modelo propuesto para la operación del tubo de calor involucra una serie de ecuaciones diferenciales acopladas y no lineales. Por lo cual, la solución del mismo se logra a través de métodos numéricos. El método utilizado es el de volúmenes finitos (FVM, por sus siglas en inglés). A continuación, se describen los detalles más importantes del proceso de solución del modelo propuesto.

4.1 PRINCIPIOS DEL MÉTODO DE VOLÚMENES FINITOS

El FVM parte de dividir el dominio de flujo en pequeños volúmenes de control, para cada uno de los cuales se cumplen las ecuaciones diferenciales que describen un problema particular. Una característica distintiva de este método es la integración de las ecuaciones en el volumen y la aplicación del teorema de la divergencia de Gauss. De esta manera, la ecuación se traduce en términos de flujos a través de la superficie de control (Patankar, 1980). Para describir los principios básicos del método, se considera la ecuación de transporte para una variable, ϕ , cualquiera.

$$\nabla \cdot (\rho \bar{v} \phi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_\phi \quad (4-1)$$

En esta expresión, el término fuente, S_ϕ , tiene en cuenta otros términos en la ecuación de transporte que no estén expresados como la divergencia de una función vectorial. El coeficiente de difusión, Γ , es análogo a la viscosidad en la ecuaciones de cantidad de movimiento y a la conductividad en la ecuación de energía térmica. Como se ha mencionado, para el uso de FVM la ecuación se integra sobre el volumen de control.

$$\int_{VC} \nabla \cdot (\rho \bar{v} \phi) dV = \int_{VC} \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV + \int_{VC} S_\phi dV \quad (4-2)$$

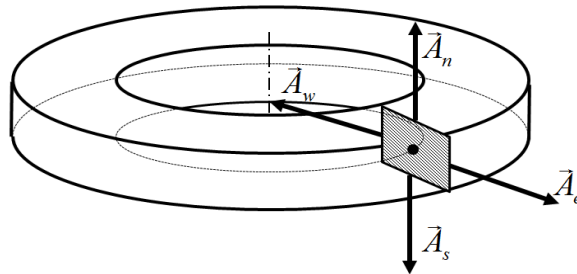
Se aplica el teorema de la divergencia de Gauss, para transformar las integrales sobre el volumen, en la ecuación (4-2), en integrales sobre la superficie del volumen de control.

$$\int_A \hat{n} \cdot (\rho \bar{v} \phi) dA = \int_A \hat{n} \cdot (\Gamma \nabla \phi) dA + \int_{VC} S_\phi dV \quad (4-3)$$

4.1.1 Ecuación discreta para caso bidimensional

Para encontrar la forma discreta de la ecuación se aplica la expresión (4-3) para un elemento de volumen o volumen de control típico. En un problema bidimensional con simetría axial, como el del modelo propuesto, los elementos de volumen utilizados son anillos que se forman al girar una sección rectangular alrededor del eje de simetría. (Ver Figura 11)

Figura 11 Celda de volumen para problema con simetría axial

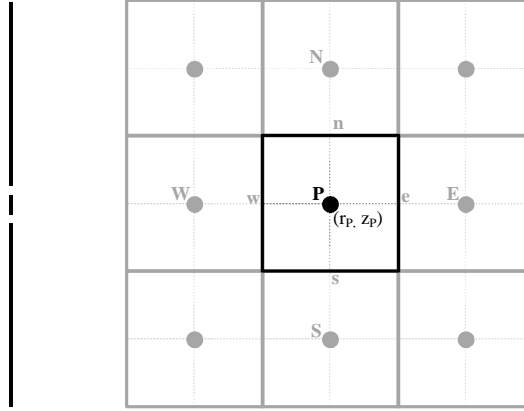


En el centro de cada elemento de volumen se tiene un nodo. Los nodos son los puntos para los cuales se encuentran los valores de ϕ , cuando se resuelve numéricamente la ecuación de transporte. En la Figura 12, se muestra un esquema de un volumen de control típico.

En el análisis de un elemento de volumen se usa una notación local, en la cual los nodos de elementos vecinos se denotan con letras mayúsculas de acuerdo con su ubicación relativa respecto al nodo bajo análisis: Norte (N), oeste (W), sur (S) y

este (E). El nodo del elemento de volumen analizado se denota como P. Las caras se denotan con letras minúsculas de acuerdo con su posición: Norte (n), oeste (w), sur (s) y este (e). (Ver Figura 12)

Figura 12 Volumen de control utilizado en FVM



Se evalúan las integrales sobre la superficie de la ecuación (4-3) para el caso bidimensional y esta se transforma en (Versteeg & Malalasekera, 1995):

$$\begin{aligned}
 & (\rho v \phi A)_e - (\rho v \phi A)_w + (\rho w \phi A)_n - (\rho w \phi A)_s \\
 & = \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_w + \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_n - \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_s + S_\phi \Delta V
 \end{aligned} \quad (4-4)$$

Las derivadas se evalúan como diferencias finitas.

$$\begin{aligned}
 & (\rho v A)_e \phi_e - (\rho v A)_w \phi_w + (\rho w A)_n \phi_n - (\rho w A)_s \phi_s \\
 & = (\Gamma A)_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{r_E - r_P} \right) - (\Gamma A)_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{r_P - r_W} \right) + (\Gamma A)_n \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{z_N - z_P} \right) - (\Gamma A)_s \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{z_P - z_S} \right) + S_\phi \Delta V
 \end{aligned} \quad (4-5)$$

Se requiere relacionar los valores de la variable, ϕ , evaluada en las caras del volumen de control con los valores de la variable en los nodos (centro del volumen de control). Para esto se propone una interpolación lineal:

$$\begin{aligned}
\phi_e &= \lambda_e \phi_E + (1 - \lambda_e) \phi_P \\
\phi_w &= \lambda_w \phi_P + (1 - \lambda_w) \phi_W \\
\phi_n &= \lambda_n \phi_N + (1 - \lambda_n) \phi_P \\
\phi_s &= \lambda_s \phi_P + (1 - \lambda_s) \phi_S
\end{aligned} \tag{4-6}$$

Reemplazando (4-6) en (4-5):

$$\begin{aligned}
&(\rho v A)_e (\lambda_e \phi_E + (1 - \lambda_e) \phi_P) - (\rho v A)_w (\lambda_w \phi_P + (1 - \lambda_w) \phi_W) \\
&+ (\rho w A)_n (\lambda_n \phi_N + (1 - \lambda_n) \phi_P) - (\rho w A)_s (\lambda_s \phi_P + (1 - \lambda_s) \phi_S) \\
&= (\Gamma A)_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{r_E - r_P} \right) - (\Gamma A)_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{r_P - r_W} \right) + (\Gamma A)_n \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{z_N - z_P} \right) - (\Gamma A)_s \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{z_P - z_S} \right) + S_\phi \Delta V
\end{aligned} \tag{4-7}$$

Agrupando los términos para la variable evaluada en el nodo y en los nodos vecinos.

$$\begin{aligned}
&\phi_P \left((\rho v A)_e (1 - \lambda_e) + \frac{(\Gamma A)_e}{r_E - r_P} - (\rho v A)_w \lambda_w + \frac{(\Gamma A)_w}{r_P - r_W} \right. \\
&\quad \left. + (\rho w A)_n (1 - \lambda_n) + \frac{(\Gamma A)_n}{z_N - z_P} - (\rho w A)_s \lambda_s + \frac{(\Gamma A)_s}{z_P - z_S} \right) \\
&= \phi_E \left(\frac{(\Gamma A)_e}{r_E - r_P} - (\rho v A)_e \lambda_e \right) + \phi_W \left(\frac{(\Gamma A)_w}{r_P - r_W} + (\rho v A)_w (1 - \lambda_w) \right) \\
&\quad + \phi_N \left(\frac{(\Gamma A)_n}{z_N - z_P} - (\rho w A)_n \lambda_n \right) + \phi_S \left(\frac{(\Gamma A)_s}{z_P - z_S} + (\rho w A)_s (1 - \lambda_s) \right) + S_\phi \Delta V
\end{aligned} \tag{4-8}$$

Los términos que acompañan a la variable evaluada en cada nodo vecino se condensan en un coeficiente.

$$\begin{aligned}
a_E &= \frac{(\Gamma A)_e}{r_E - r_P} - (\rho v A)_e \lambda_e \\
a_W &= \frac{(\Gamma A)_w}{r_P - r_W} + (\rho v A)_w (1 - \lambda_w) \\
a_N &= \frac{(\Gamma A)_n}{z_N - z_P} - (\rho w A)_n \lambda_n \\
a_S &= \frac{(\Gamma A)_s}{z_P - z_S} + (\rho w A)_s (1 - \lambda_s)
\end{aligned} \tag{4-9}$$

Reemplazando (4-9) en (4-8) y reacomodando algunos términos, la expresión se reescribe como (Versteeg & Malalasekera, 1995):

$$\begin{aligned} & \phi_P (a_E + a_W + a_N + a_S + (\rho v A)_e - (\rho v A)_w + (\rho w A)_n - (\rho w A)_s) \\ & = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + S_\phi \Delta V \end{aligned} \quad (4-10)$$

Los términos que acompañan a la función evaluada en el centro del volumen de control se agrupan en un coeficiente central.

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + (\rho v A)_e - (\rho v A)_w + (\rho w A)_n - (\rho w A)_s \quad (4-11)$$

Para cada elemento de volumen se escribe una expresión como la (4-10) y así se construye un sistema de ecuaciones algebraicas lineales. Cabe anotar que, para el problema de convección-difusión expuesto, se asume que el campo de velocidades es conocido. (Versteeg & Malalasekera, 1995)

4.1.2 Esquema de diferenciación “up-wind”

En los problemas que involucran flujo, el transporte de una propiedad es sesgado en la dirección del mismo. Por lo cual, el valor de esta propiedad en las caras depende fuertemente del valor en el nodo aguas arriba y débilmente del valor aguas abajo. Al realizar una interpolación lineal entre ambos valores se está ignorando el efecto del flujo. El esquema de diferenciación “up-wind” tiene en cuenta este efecto. Por ejemplo, para un flujo en dirección este: $\phi_e = \phi_P$ y $\phi_w = \phi_W$. (Versteeg & Malalasekera, 1995)

El método de diferenciación “up-wind” se implementa al condicionar los valores de los coeficientes usados para la interpolación lineal con la dirección del flujo:

$$\begin{aligned} \lambda_e &= 1 \quad si \quad v_e < 0, \quad \lambda_e = 0 \quad si \quad v_e > 0 \\ \lambda_w &= 1 \quad si \quad v_w < 0, \quad \lambda_w = 0 \quad si \quad v_w > 0 \\ \lambda_n &= 1 \quad si \quad w_n < 0, \quad \lambda_n = 0 \quad si \quad w_n > 0 \\ \lambda_s &= 1 \quad si \quad w_s < 0, \quad \lambda_s = 0 \quad si \quad w_s > 0 \end{aligned} \quad (4-12)$$

También es equivalente condicionar los valores de los coeficientes de la siguiente manera (Versteeg & Malalasekera, 1995):

$$\begin{aligned}
 a_E &= \frac{(\Gamma A)_e}{r_E - r_P} + \max(0, -(\rho v A)_e) \\
 a_W &= \frac{(\Gamma A)_w}{r_P - r_W} + \max((\rho v A)_w, 0) \\
 a_N &= \frac{(\Gamma A)_n}{z_N - z_P} + \max(0, -(\rho w A)_n) \\
 a_S &= \frac{(\Gamma A)_s}{z_P - z_S} + \max((\rho w A)_s, 0)
 \end{aligned} \tag{4-13}$$

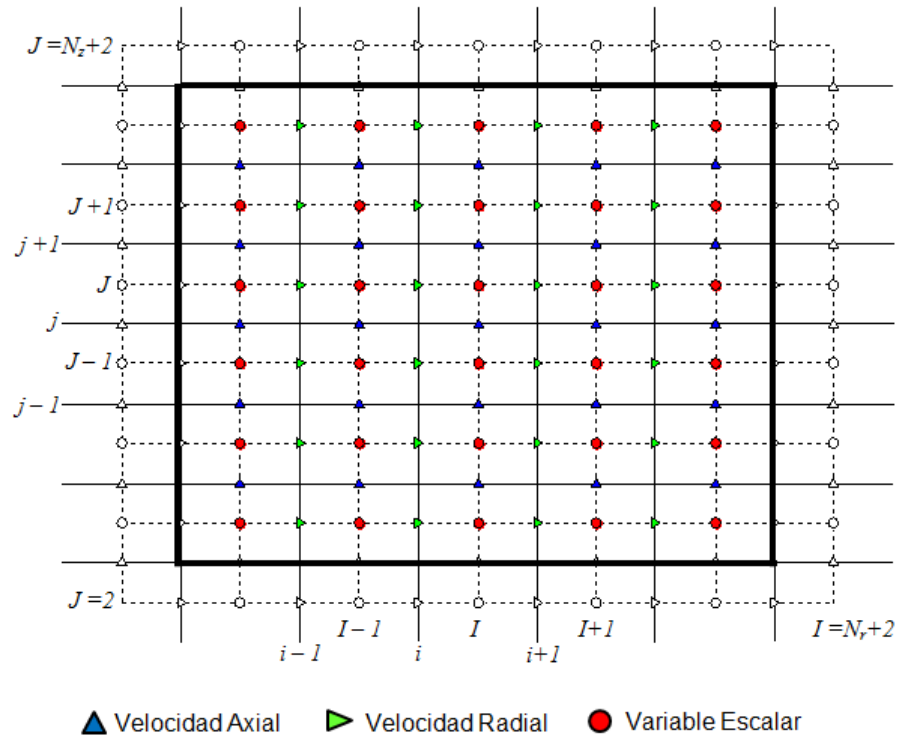
4.2 DISCRETIZACIÓN DEL DOMINIO

La implementación de FVM requiere de la división o discretización del dominio geométrico en pequeños volúmenes de control o elementos de volumen. La malla producida es estructurada, es decir todos los elementos tienen la misma forma. Sin embargo, la malla puede ser no uniforme, es decir el ancho y alto de los elementos puede diferir en algunas zonas. Esto se hace para resolver con más detalle zonas de mayor interés o donde los cambios de las variables de flujo son más drásticos.

4.2.1 Mallas escalonadas

Para la estabilidad del método, los campos escalares, como presiones y temperaturas, son evaluados en puntos distintos a los de los campos vectoriales, como la velocidad; lo cual genera una malla escalonada. Primero se construye la malla para campos escalares de acuerdo con el número de elementos de volumen y los parámetros de uniformidad. Luego se ubican los nodos de velocidad en las caras de los volúmenes finitos y los nodos de los campos escalares en el medio. Las velocidades radiales se ubican en las caras laterales y las velocidades axiales en las caras superior e inferior.

Figura 13 Mallas escalonadas



En la Figura 13, se muestran las mallas escalonadas. La línea gruesa representa la frontera del dominio. Se ponen, por fuera del dominio, dos columnas y dos filas adicionales de nodos para los campos escalares, estos nodos sirven para almacenar valores en la frontera. Los nodos de velocidad que quedan justo sobre la línea de frontera, también, se consideran por fuera del dominio y se usan para la implementación de condiciones de frontera.

4.2.2 Malla no uniforme con áreas anulares constantes

En el análisis del flujo del vapor se deben tener en cuenta algunos detalles para la generación de la malla. El primero de ellos está relacionado con la presencia de la línea central o de simetría en el lado oeste del dominio. El segundo de ellos, con la diferencia drástica que tendrían los volúmenes del mismo nivel si la discretización en la dirección radial es uniforme.

El método requiere, como se ha expuesto, de una columna de nodos para campos escalares por fuera del dominio para almacenar valores de la frontera oeste. Esto implica que la frontera del dominio no puede coincidir con la línea central. Entonces se debe dejar una región cilíndrica de radio pequeño en el centro del núcleo del vapor que no hace parte del dominio, pero que resulta útil para la implementación de condiciones de frontera de simetría. La coordenada radial para la frontera del dominio se encuentra como:

$$r_{v,i=2} = \sqrt{\frac{A_{cent}}{\pi}} \quad (4-14)$$

El área transversal del dominio del vapor se encuentra como:

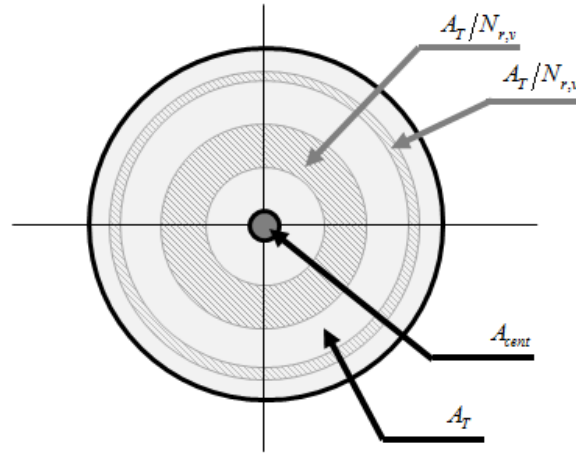
$$A_T = \pi R_v^2 - A_{cent} \quad (4-15)$$

Para el vapor, el interés se centra principalmente en la región cercana a la interfaz líquido – vapor. Además, si el ancho de los elementos de volumen, medido en la dirección radial, es constante, los volúmenes de elementos ubicados en el mismo nivel diferirían notoriamente. Esto es porque el volumen de un elemento es proporcional a la coordenada radial de su punto central.

Se propone, entonces, distribuir los elementos en la dirección radial de manera que el volumen de estos en un mismo nivel sea constante. Con esta propuesta el ancho de los elementos es menor en la región de la interfaz y mayor en el núcleo central. Esto implica que el área norte y el área sur de todos los volúmenes de control en el dominio es la misma. (Ver Figura 14)

$$A_n = A_s = \pi(r_{v,i+1}^2 - r_{v,i}^2) = \frac{A_T}{N_{r,v}} \quad (4-16)$$

Figura 14 Áreas anulares constantes para el dominio del vapor



Entonces las coordenadas radiales de las fronteras de los elementos de volumen para campos escalares se encuentran como:

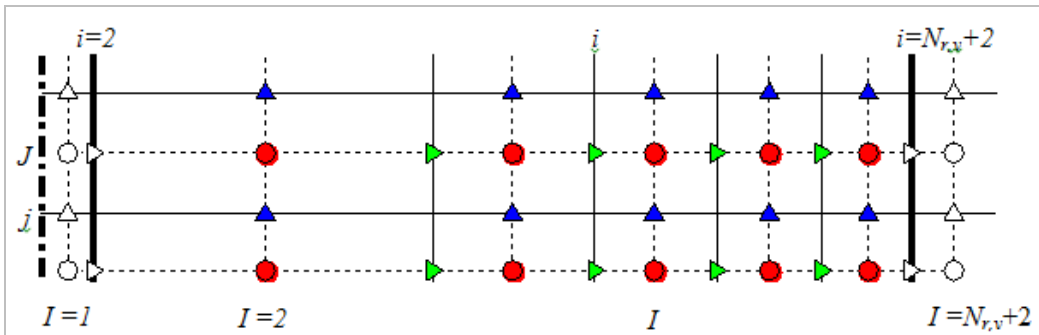
$$r_{v,i+1} = \sqrt{\frac{A_T}{\pi N_{r,v}} + r_{v,i}^2} \quad i \geq 2 \quad (4-17)$$

Los nodos para variables escalares se ubican en el centro del volumen de control.

$$r_{v,I} = \frac{r_{v,i+1} + r_{v,i}}{2} \quad (4-18)$$

En la Figura 15, se muestra un esquema de la discretización del dominio del vapor en dirección radial.

Figura 15 Discretización radial para el núcleo de vapor



4.3 ECUACIONES DISCRETAS PARA EL VAPOR

Las ecuaciones diferenciales gobernantes se transforman en ecuaciones algebraicas siguiendo los principios básicos del FVM. A continuación, se presentan los aspectos principales de este procedimiento para la ecuación de conservación de masa, la ecuación de conservación de movimiento y la ecuación de energía.

4.3.1 Conservación de masa para el vapor

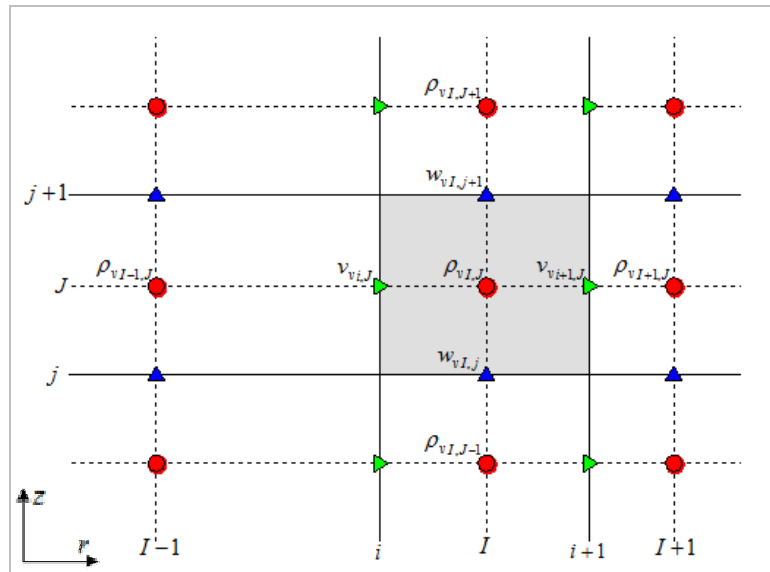
La ecuación de conservación de masa para el vapor, (3-1), se integra sobre el volumen de control:

$$\int_{VC} \nabla \cdot (\rho_v \bar{v}_v) dV = 0 \quad (4-19)$$

La aplicación del teorema de la divergencia de Gauss conduce a:

$$\int_A \hat{n} \cdot (\rho_v \bar{v}_v) dA = 0 \quad (4-20)$$

Figura 16 Volumen de control para conservación de masa en el vapor



En la Figura 16, se muestra una celda típica para la evaluación de la conservación de masa. Considerando los flujos de masa en cada una de las caras (este, oeste, norte y sur), la ecuación de conservación de masa para la celda se expresa como:

$$(\rho_v v_v A_v)_{i+1,j} - (\rho_v v_v A_v)_{i,j} + (\rho_v w_v A_v)_{i,j+1} - (\rho_v w_v A_v)_{i,j} = 0 \quad (4-21)$$

4.3.2 Ecuación de movimiento para el vapor

La ecuación de conservación de movimiento para el vapor en la dirección radial, (3-8), puede interpretarse como una ecuación de convección – difusión, en la que la propiedad transportada es el momentum específico en dirección radial. Esta expresión se integra sobre un volumen de control.

$$\begin{aligned} \int_{VC} \nabla \cdot (\rho_v v_v \nabla v_v) dV = & - \int_{VC} \frac{\partial p_v}{\partial r} dV + \int_{VC} \nabla \cdot (\mu_v \nabla v_v) dV \\ & + \int_{VC} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_v \frac{\partial v_v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_v \frac{\partial w_v}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_v \nabla \cdot \nabla v_v) \right) dV + \int_{VC} \rho_v g_r dV \end{aligned} \quad (4-22)$$

Luego se aplica el teorema de la divergencia de Gauss.

$$\int_A \hat{n} \cdot \rho_v v_v \nabla v_v dA = - \int_{VC} \frac{\partial p_v}{\partial r} dV + \int_A \hat{n} \cdot (\mu_v \nabla v_v) dA + \int_{VC} S_{M,r} dV + \int_{VC} \rho_v g_r dV \quad (4-23)$$

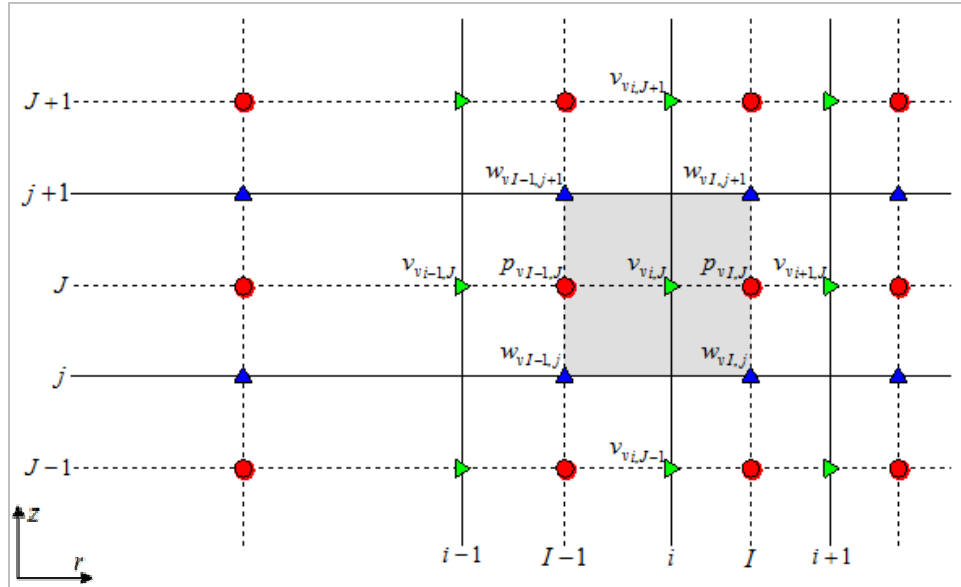
Los términos viscosos que no se expresan como una divergencia se agrupan en un término fuente.

$$S_{M,r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_v \frac{\partial v_v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_v \frac{\partial w_v}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_v \nabla \cdot \nabla v_v) \quad (4-24)$$

Una celda típica para la evaluación de la conservación de cantidad de movimiento en la dirección radial se ilustra en la Figura 17. Para esta celda la ecuación se expresa de manera algebraica como:

$$\begin{aligned}
& (\rho_v v_v A_v)_{I,J} v_{vI,J} - (\rho_v v_v A_v)_{I-1,J} v_{vI-1,J} + (\rho_v w_v A_v)_{i,j+1} v_{vi,j+1} - (\rho_v w_v A_v)_{i,j} v_{vi,j} \\
& = (\mu_v A_v)_{I,J} \left(\frac{v_{vi+1,J} - v_{vi,J}}{r_{vi+1} - r_{vi}} \right) - (\mu_v A_v)_{I-1,J} \left(\frac{v_{vi,J} - v_{vi-1,J}}{r_{vi} - r_{vi-1}} \right) + (\mu_v A_v)_{i,j+1} \left(\frac{v_{vi,j+1} - v_{vi,j}}{z_{vj+1} - z_j} \right) \\
& - (\mu_v A_v)_{i,j} \left(\frac{v_{vi,j} - v_{vi,j-1}}{z_j - z_{vj-1}} \right) + \left(\left(\frac{p_{vI-1,J} - p_{vIJ}}{r_{vI} - r_{vI-1}} \right) + \rho_{vi,j} g_r + S_{M,r} \right) \Delta V_{vi,J}
\end{aligned} \quad (4-25)$$

Figura 17 Volumen de control para velocidad radial en el vapor



Es importante resaltar que, en la expresión (4-25), la propiedad que se considera como incógnita es la velocidad radial. Sin embargo, para el cálculo de los flujos másicos a través de las caras de la celda se supone que las velocidades son conocidas. Esto requiere que la solución se encuentre de manera iterativa, por lo cual se usan para el cálculo de los flujos másicos las velocidades determinadas en una iteración previa.

Agrupando los términos que acompañan a la velocidad radial evaluada en el nodo central y en los nodos vecinos; y además, considerando un esquema de diferenciación up-wind, la expresión (4-25) se escribe de manera condensada como:

$$a_P v_{vi,J} = a_E v_{vi+1,J} + a_W v_{vi-1,J} + a_N v_{vi,J+1} + a_S v_{vi,J-1} + \left(\left(\frac{p_{vI-1,J} - p_{vIJ}}{r_{vI} - r_{vI-1}} \right) + \rho_{vi,j} g_r + S_{M,r} \right) \Delta V_{vi,J} \quad (4-26)$$

Donde, los coeficientes laterales y el coeficiente central se encuentran de acuerdo con (4-27).

$$\begin{aligned} a_E &= \frac{(\mu_v A_v)_{I,J}}{r_{vi'+1} - r_{vi}} + \max(0, -(\rho_v v_v A_v)_{I,J}) \\ a_W &= \frac{(\mu_v A_v)_{I-1,J}}{r_{vi'} - r_{vi-1}} + \max((\rho_v v_v A_v)_{I-1,J}, 0) \\ a_N &= \frac{(\mu_v A_v)_{i,j+1}}{z_{vj'+1} - z_{vj}} + \max(0, -(\rho_v w_v A_v)_{i,j+1}) \\ a_S &= \frac{(\mu_v A_v)_{i,j}}{z_{vj} - z_{vj-1}} + \max((\rho_v w_v A_v)_{i,j}, 0) \end{aligned} \quad (4-27)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + (\rho_v v_v A_v)_{I,J} - (\rho_v v_v A_v)_{I-1,J} + (\rho_v w_v A_v)_{i,j+1} - (\rho_v w_v A_v)_{i,j}$$

De manera análoga, la ecuación de conservación de cantidad de movimiento para el vapor en dirección axial, (3-10), se interpreta como una ecuación de transporte para la velocidad axial. Para la implementación de FVM esta expresión se integra sobre un volumen de control.

$$\begin{aligned} \int_{VC} \nabla \cdot (\rho_v w_v \bar{\nabla}_v) dV &= - \int_{VC} \frac{\partial p_v}{\partial z} dV + \int_{VC} \nabla \cdot (\mu_v \nabla w_v) dV \\ &+ \int_{VC} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_v \frac{\partial v_v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_v \frac{\partial w_v}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu_v \nabla \cdot \bar{\nabla}_v) \right) dV + \int_{VC} \rho_v g_z dV \end{aligned} \quad (4-28)$$

Se aplica el teorema de la divergencia de Gauss a la ecuación integrada:

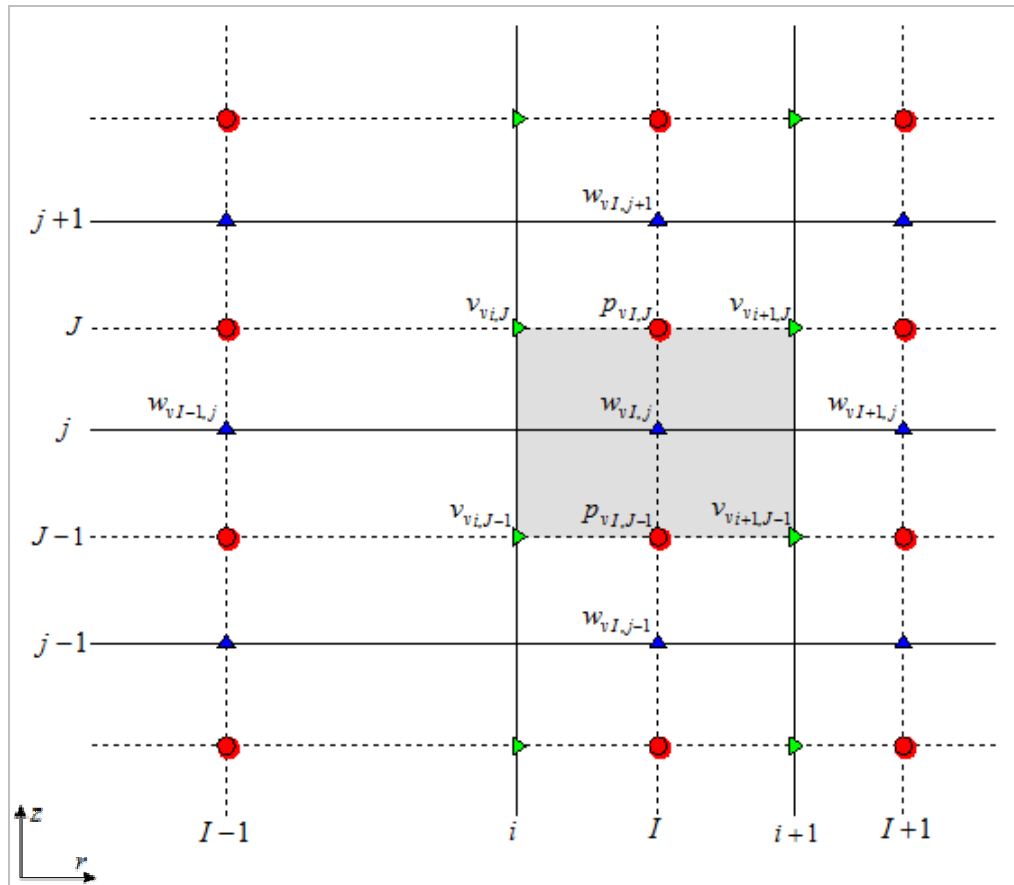
$$\int_A \hat{n} \cdot (\rho_v w_v \bar{\nabla}_v) dA = - \int_{VC} \frac{\partial p_v}{\partial z} dV + \int_A \hat{n} \cdot (\mu_v \nabla w_v) dA + \int_{VC} S_{M,z} dV + \int_{VC} \rho_v g_z dV \quad (4-29)$$

Los términos viscosos restantes se agrupan en un término fuente.

$$S_{M,z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_v \frac{\partial v_v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_v \frac{\partial w_v}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu_v \nabla \cdot \nabla_v) \quad (4-30)$$

En la Figura 18, se presenta un volumen de control típico para la velocidad axial. Este volumen de control sirve para plantear la ecuación discreta de velocidad axial para un nodo cualquiera.

Figura 18 Volumen de control para velocidad axial en el vapor



La ecuación algebraica para la velocidad axial se encuentra evaluando las integrales de superficie y aproximando las integrales sobre el volumen al producto de la propiedad evaluada en el centro y el volumen de la celda.

$$\begin{aligned}
& (\rho_v v_v A_v)_{i+1,j} w_{vi+1,j} - (\rho_v v_v A_v)_{i,j} w_{vi,j} + (\rho_v w_v A_v)_{I,J} w_{vI,J} - (\rho_v w_v A_v)_{I,J-1} w_{vI,J-1} \\
& = (\mu_v A_v)_{i+1,j} \left(\frac{w_{vI+1,j} - w_{vI,j}}{r_{vI+1} - r_{vI}} \right) - (\mu_v A_v)_{i,j} \left(\frac{w_{vI,j} - w_{vI-1,j}}{r_{vI} - r_{vI-1}} \right) \\
& + (\mu_v A_v)_{I,J} \left(\frac{w_{vI,j+1} - w_{vI,j}}{z_{vj+1} - z_{vj}} \right) - (\mu_v A_v)_{I,J-1} \left(\frac{w_{vI,j} - w_{vI,j-1}}{z_{vj} - z_{vj-1}} \right) \\
& + \left(\frac{p_{vI,J-1} - p_{vI,J}}{z_{vj} - z_{vj-1}} + \rho_{vI,j} g_r + S_{M,z} \right) \Delta V_{vI,j}
\end{aligned} \tag{4-31}$$

Igualmente, se supone que, para el cálculo de los flujos másicos que salen y entran a la celda, se conocen las velocidades. En este caso la ecuación es planteada para velocidad radial. Se utiliza el esquema de diferenciación “up-wind” y se agrupan los términos que acompañan a la propiedad transportada evaluada el nodo central y el los nodos vecinos.

$$\begin{aligned}
a_P w_{vI,j} &= a_E w_{vI+1,j} + a_W w_{vI-1,j} + a_N w_{vI,j+1} + a_S w_{vI,j-1} \\
&+ \left(\frac{p_{vI,J-1} - p_{vI,J}}{z_{vj} - z_{vj-1}} + \rho_{vI,j} g_r + S_{M,z} \right) \Delta V_{vI,j}
\end{aligned} \tag{4-32}$$

Los coeficientes en la expresión anterior,(4-32), son:

$$\begin{aligned}
a_E &= \frac{(\mu_v A_v)_{i+1,j}}{r_{vI+1} - r_{vI}} + \max(0, -(\rho_v v_v A_v)_{i+1,j}) \\
a_W &= \frac{(\mu_v A_v)_{i,j}}{r_{vI} - r_{vI-1}} + \max((\rho_v v_v A_v)_{i,j}, 0) \\
a_N &= \frac{(\mu_v A_v)_{I,J}}{z_{vj+1} - z_{vj}} + \max(0, -(\rho_v w_v A_v)_{I,J}) \\
a_S &= \frac{(\mu_v A_v)_{I,J-1}}{z_{vj} - z_{vj-1}} + \max((\rho_v w_v A_v)_{I,J-1}, 0)
\end{aligned} \tag{4-33}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + (\rho_v v_v A_v)_{i+1,j} - (\rho_v v_v A_v)_{i,j} + (\rho_v w_v A_v)_{I,J} - (\rho_v w_v A_v)_{I,J-1}$$

4.3.3 Ecuación de energía térmica para el vapor

La ecuación de energía térmica para el vapor, (3-11), se analiza como una ecuación de convección – difusión para el transporte de la temperatura. Con esta ecuación se sigue el mismo procedimiento, se integra sobre el volumen de control y luego se aplica el teorema de la divergencia de Gauss.

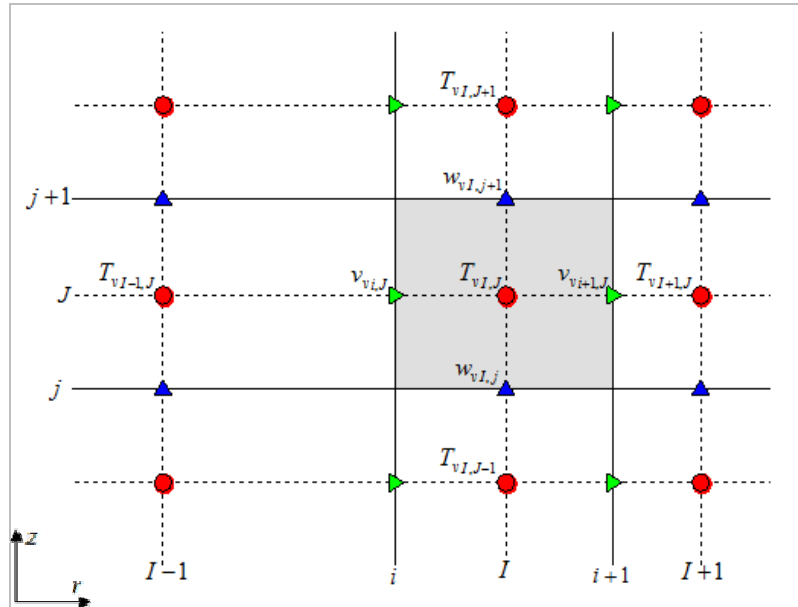
$$\int_{VC} \nabla \cdot (\rho_v c_{p,v} T_v \nabla_v) dV = \int_{VC} \nabla \cdot (k_v \nabla T_v) dV - \int_{VC} \left(\frac{\partial \ln \rho_v}{\partial \ln T_v} \right)_p \nabla_v \cdot \nabla p_v dV \quad (4-34)$$

$$\int_A \hat{n} \cdot (\rho_v c_{p,v} T_v \nabla_v) dA = \int_A \hat{n} \cdot (k_v \nabla T_v) dA + \int_{VC} S_{ET} dV \quad (4-35)$$

El término que considera el trabajo realizado por expansión y compresión se introduce como un término fuente.

$$S_{ET} = - \left(\frac{\partial \ln \rho_v}{\partial \ln T_v} \right)_p \nabla_v \cdot \nabla p_v \quad (4-36)$$

Figura 19 Volumen de control para la temperatura en el vapor



Una celda típica para la temperatura se muestra en la Figura 19. Para esta celda se evalúan los flujos y se calcula el término fuente.

$$\begin{aligned}
& (\rho_v v_v A_v c_{p,v})_{i+1,J} T_{vi+1,J} - (\rho_v v_v A_v c_{p,v})_{i,J} T_{vi,J} \\
& + (\rho_v w_v A_v c_{p,v})_{I,j+1} T_{vI,j+1} - (\rho_v w_v A_v c_{p,v})_{I,j} T_{vI,j} \\
& = (k_v A_v)_{i+1,J} \left(\frac{T_{vi+1,J} - T_{vi,J}}{r_{vi+1} - r_{vi}} \right) - (k_v A_v)_{i,J} \left(\frac{T_{vi,J} - T_{vi-1,J}}{r_{vi} - r_{vi-1}} \right) \\
& + (k_v A_v)_{I,j+1} \left(\frac{T_{vI,j+1} - T_{vI,j}}{z_{vJ+1} - z_{vJ}} \right) - (k_v A_v)_{I,j} \left(\frac{T_{vI,j} - T_{vI,j-1}}{z_{vJ} - z_{vJ-1}} \right) + S_{ET} \Delta V_{I,J}
\end{aligned} \tag{4-37}$$

Se considera el esquema de diferenciación up-wind para relacionar los valores de la temperatura en las caras con los valores de la temperatura en los nodos. Se agrupan los términos que acompañan a la temperatura evaluada en los nodos.

$$\begin{aligned}
a_P T_{vI,J} &= a_E T_{vi+1,J} + a_W T_{vi-1,J} + a_N T_{vI,j+1} + a_S T_{vI,j-1} \\
&+ S_{ET} \Delta V_{vI,J}
\end{aligned} \tag{4-38}$$

El coeficiente central y los coeficientes laterales son:

$$\begin{aligned}
a_E &= \frac{(k_v A_v)_{i+1,J}}{r_{vi+1} - r_{vi}} + \max\left(0, -(\rho_v v_v A_v c_{p,v})_{i+1,J}\right) \\
a_W &= \frac{(k_v A_v)_{i,J}}{r_{vi} - r_{vi-1}} + \max\left((\rho_v v_v A_v c_{p,v})_{i,J}, 0\right) \\
a_N &= \frac{(k_v A_v)_{I,j+1}}{z_{vJ+1} - z_{vJ}} + \max\left(0, -(\rho_v w_v A_v c_{p,v})_{I,j+1}\right) \\
a_S &= \frac{(k_v A_v)_{I,j}}{z_{vJ} - z_{vJ-1}} + \max\left((\rho_v w_v A_v c_{p,v})_{I,j}, 0\right)
\end{aligned} \tag{4-39}$$

$$\begin{aligned}
a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S \\
&+ (\rho_v v_v A_v c_{p,v})_{i+1,J} - (\rho_v v_v A_v c_{p,v})_{i,J} + (\rho_v w_v A_v c_{p,v})_{I,j+1} - (\rho_v w_v A_v c_{p,v})_{I,j}
\end{aligned}$$

4.3.4 Método SIMPLER

En el método SIMPLER la ecuación de conservación de masa se usa con dos fines. El primero de ellos es encontrar una expresión explícita para la presión. El segundo se corregir las componentes de velocidad.

- Expresión para la presión

En el primer caso se utilizan las ecuaciones discretas de conservación de cantidad de movimiento para encontrar expresiones para la velocidad. La expresión para la conservación de cantidad de movimiento en dirección radial, (4-26), puede reescribirse como:

$$a_{i,J} v_{vi,J} = a_E v_{vi+1,J} + a_W v_{vi-1,J} + a_N v_{vi,J+1} + a_S v_{vi,J-1} + b_{iJ} + A_{i,J} (p_{vI-1,J} - p_{vIJ}) \quad (4-40)$$

Donde,

$$\begin{aligned} a_{i,J} &= a_P \\ b_{i,J} &= (\rho_{vi,j} g_r + S_{M,r}) \Delta V_{vi,J} \\ A_{i,J} &= 2\pi r_i (z_{j+1} - z_j) \end{aligned}$$

Se define la pseudo – velocidad radial como (Versteeg & Malalasekera, 1995):

$$\hat{v}_{vi,J} = \frac{a_E v_{vi+1,J} + a_W v_{vi-1,J} + a_N v_{vi,J+1} + a_S v_{vi,J-1} + b_{iJ}}{a_{i,J}} \quad (4-41)$$

Reemplazando (4-54) en (4-53) se encuentra una expresión para la componente radial de la velocidad.

$$v_{vi,J} = \hat{v}_{vi,J} + d_{i,J} (p_{vI-1,J} - p_{vIJ}) \quad (4-42)$$

Donde,

$$d_{i,J} = \frac{A_{i,J}}{a_{i,J}}$$

Se lleva a cabo un procedimiento igual con la expresión para la conservación de la cantidad de movimiento en la dirección axial, (3-32).

$$a_{I,j} w_{vI,j} = a_E w_{vI+1,j} + a_W w_{vI-1,j} + a_N w_{vI,j+1} + a_S w_{vI,j-1} + b_{I,j} + A_{I,j} (p_{vI,J-1} - p_{vI,J}) \quad (4-43)$$

Donde,

$$\begin{aligned} a_{I,j} &= a_P \\ b_{I,j} &= (\rho_{vI,j} g_r + S_{M,z}) \Delta V_{vI,j} \\ A_{I,j} &= 2\pi r_I (z_J - z_{J-1}) \end{aligned}$$

Se define la pseudo – velocidad axial como (Versteeg & Malalasekera, 1995):

$$\hat{w}_{vI,j} = \frac{a_E w_{vI+1,j} + a_W w_{vI-1,j} + a_N w_{vI,j+1} + a_S w_{vI,j-1} + b_{I,j}}{a_{I,j}} \quad (4-44)$$

Reemplazando (4-44) en (4-62) se encuentra una expresión para la componente axial de la velocidad.

$$w_{vI,j} = \hat{w}_{vI,j} + d_{I,j} (p_{vI,J-1} - p_{vI,J}) \quad (4-45)$$

Donde,

$$d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j}}$$

Las expresiones para la velocidad (4-42) y (4-44) se reemplazan en la expresión la conservación de masa (4-21). Se llega a una expresión para la presión (Versteeg & Malalasekera, 1995):

$$\begin{aligned} &(\rho_v A_v)_{i+1,J} (\hat{v}_{vi,+1J} + d_{i+1,J} (p_{vI,J} - p_{vI+1,J})) - (\rho_v A_v)_{i,J} (\hat{v}_{vi,J} + d_{i,J} (p_{vI-1,J} - p_{vI,J})) \\ &+ (\rho_v A_v)_{I,j+1} (\hat{w}_{vI,j+1} + d_{I,j+1} (p_{vI,J} - p_{vI,J+1})) - (\rho_v A_v)_{I,j} (\hat{w}_{vI,j} + d_{I,j} (p_{vI,J-1} - p_{vI,J})) = 0 \end{aligned}$$

Reorganizando y agrupando términos:

$$\begin{aligned} &((\rho_v A_v d)_{i+1,J} + (\rho_v A_v d)_{i,J} + (\rho_v A_v d)_{I,j+1} + (\rho_v A_v d)_{I,j}) p_{vI,J} \\ &= (\rho_v A_v d)_{i+1,J} (p_{vI+1,J}) + (\rho_v A_v d)_{i,J} p_{vI-1,J} + (\rho_v A_v d)_{I,j+1} p_{vI,J+1} + (\rho_v A_v d)_{I,j} p_{vI,J-1} \\ &+ (\rho_v \hat{v}_v d)_{i,J} - (\rho_v \hat{v}_v d)_{i+1,J} + (\rho_v \hat{w}_v A_v)_{I,j} - (\rho_v \hat{w}_v A_v)_{I,j+1} \end{aligned} \quad (4-46)$$

- Corrección de velocidades

La segunda situación en la que se utiliza la ecuación de conservación de masa en el método SIMPLER es para corregir las velocidades. Se parte de suponer que los campos corregidos son iguales a los campos estimados más una corrección. En la notación, los campos corregidos se diferencian de los estimados con un asterisco y las correcciones se identifican con una comilla simple. (Patankar, 1980)

$$\begin{aligned}v_{vi,J} &= v_{vi,J}^* + v_{vi,J}' \\w_{vI,j} &= w_{vI,j}^* + w_{vI,j}' \\p_{vI,J} &= p_{vI,J}^* + p_{vI,J}'\end{aligned}\tag{4-47}$$

Se plantean las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento, (4-40) y (4-43), para los campos de velocidad corregidos y estimados. Se restan las expresiones resultantes para encontrar una ecuación para la corrección en velocidad. En estas expresiones se desprecian los términos relacionados con los nodos vecinos, asumiendo que para la solución convergida estos términos desaparecen. De esta manera la corrección de velocidad depende principalmente de la corrección en presiones (Patankar, 1980):

$$\begin{aligned}v_{vi,J}' &= d_{i,J}(p_{I-1,J}' - p_{I,J}') \\w_{vI,j}' &= d_{I,j}(p_{I,J-1}' - p_{I,J}')\end{aligned}\tag{4-48}$$

Entonces se pueden encontrar expresiones para los campos de velocidad:

$$\begin{aligned}v_{vi,J} &= v_{vi,J}^* + d_{i,J}(p_{I-1,J}' - p_{I,J}') \\w_{vI,j} &= w_{vI,j}^* + d_{I,j}(p_{I,J-1}' - p_{I,J}')\end{aligned}\tag{4-49}$$

Se reemplazan las expresiones para la velocidad (4-49) en la ecuación de continuidad (4-21). Así se encuentra una ecuación para la corrección de presiones (Patankar, 1980).

$$\begin{aligned}
& \left((\rho_v A_v d)_{i+1,J} + (\rho_v A_v d)_{i,J} + (\rho_v A_v d)_{I,j+1} + (\rho_v A_v d)_{I,j} \right) p'_{vI,J} \\
& = (\rho_v A_v d)_{i+1,J} p'_{vI+1,J} + (\rho_v A_v d)_{i,J} p'_{vI-1,J} + (\rho_v A_v d)_{I,j+1} p'_{vI,J+1} + (\rho_v A_v d)_{I,j} p'_{vI,J-1} \quad (4-50) \\
& + (\rho_v v_v^* d)_{i,J} - (\rho_v v_v^* d)_{i+1,J} + (\rho_v w_v^* A_v)_{I,j} - (\rho_v w_v^* A_v)_{I,j+1}
\end{aligned}$$

Con las correcciones de presión se encuentran las correcciones de velocidad. Sin embargo, la aplicación de estas correcciones debe relajarse para garantizar la convergencia. Para implementar la relajación se deben modificar las ecuaciones de cantidad de movimiento (Versteeg & Malalasekera, 1995):

$$\begin{aligned}
\frac{a_{i,J}}{\alpha} v_{vi,J} &= a_E v_{vi+1,J} + a_W v_{vi-1,J} + a_N v_{vi,J+1} + a_S v_{vi,J-1} + b_{iJ} + A_{i,J} (p_{vI-1,J} - p_{vIJ}) \\
&+ \left[(1-\alpha) \frac{a_{i,J}}{\alpha} \right] v_{vi,J}^{n-1} \quad (4-51)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{a_{I,j}}{\alpha} w_{vI,j} &= a_E w_{vI+1,j} + a_W w_{vI-1,j} + a_N w_{vI,j+1} + a_S w_{vI,j-1} + b_{I,j} + A_{I,j} (p_{vI,J-1} - p_{vI,J}) \\
&+ \left[(1-\alpha) \frac{a_{I,j}}{\alpha} \right] w_{vI,j}^{n-1} \quad (4-52)
\end{aligned}$$

4.4 ECUACIONES DISCRETAS PARA EL LÍQUIDO

4.4.1 Ecuación de movimiento para el líquido

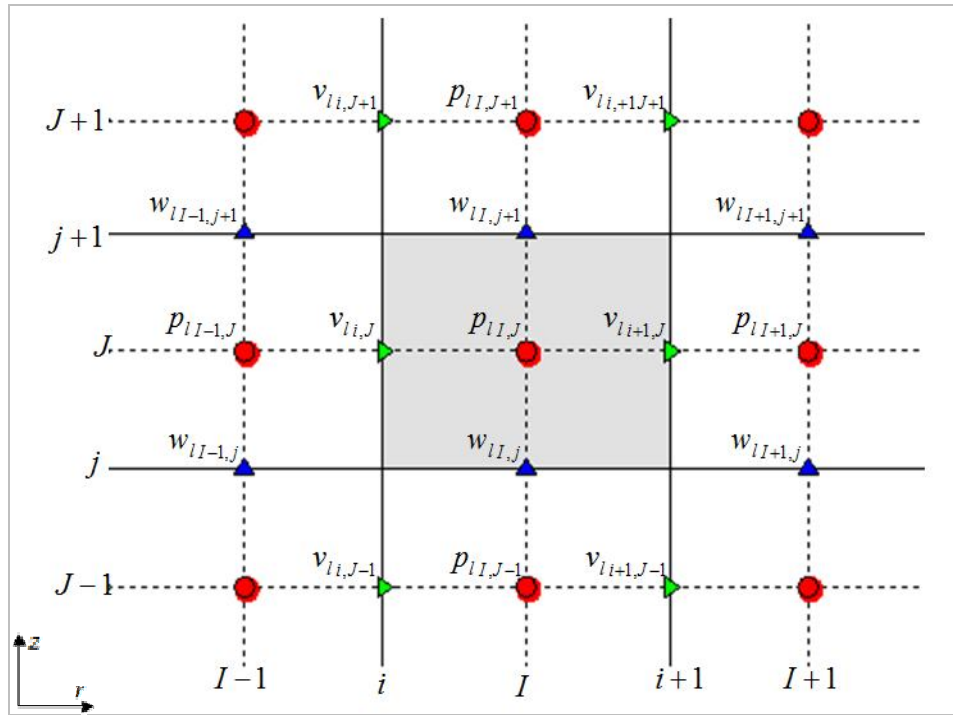
La propuesta para analizar el flujo del líquido en la estructura capilar es combinar la ecuación de movimiento (3-15) y la ecuación de conservación de masa (3-13), de esta manera se obtiene una expresión explícita para la presión (3-21). La ecuación para la presión del líquido se integra sobre el volumen de control y se aplica el teorema de la divergencia de Gauss. En este punto resulta ventajoso que los términos se expresen como la divergencia de campos vectoriales.

$$- \int_{VC} \nabla \cdot \left(\rho_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\nabla_l| \right)^{-1} \nabla p_l \right) dV + \int_{VC} \nabla \cdot \left(\rho_l^2 \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\nabla_l| \right)^{-1} \vec{g} \right) \cdot dV = 0 \quad (4-53)$$

$$-\int_A \hat{n} \cdot \left(\rho_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right)^{-1} \nabla p_l \right) dA = -\int_A \hat{n} \cdot \left(\rho_l^2 \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{v}_l| \right)^{-1} \bar{g} \right) \cdot dA \quad (4-54)$$

Las integrales sobre la superficie de control se evalúan para un volumen de control típico, como el mostrado en la Figura 20.

Figura 20 Volumen de control para flujo del líquido en el medio poroso



$$\begin{aligned}
& - \left[\rho_l A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{i+1,J} \left(\frac{p_{lI+1,J} - p_{lI,J}}{r_{I+1} - r_I} \right) \\
& + \left[\rho_l A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{i,J} \left(\frac{p_{lI,J} - p_{lI-1,J}}{r_I - r_{I-1}} \right) \\
& - \left[\rho_l A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{I,j+1} \left(\frac{p_{lI,J+1} - p_{lI,J}}{z_{J+1} - z_J} \right) \\
& + \left[\rho_l A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{I,j} \left(\frac{p_{lI,J} - p_{lI,J-1}}{z_J - z_{J-1}} \right) \\
& = - \left[\rho_l^2 A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{i+1,J} g_r + \left[\rho_l^2 A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{i,J} \\
& - \left[\rho_l^2 A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{I,j+1} g_z + \left[\rho_l^2 A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{I,j} g_z
\end{aligned} \tag{4-55}$$

Agrupando términos la ecuación (4-61) puede escribirse en forma compacta como:

$$\begin{aligned}
a_P p_{lI,J} &= a_E p_{lI+1,J} + a_W p_{lI-1,J} + a_N p_{lI,J+1} + a_S p_{lI,J-1} \\
&+ S_W - S_E + S_S - S_N
\end{aligned} \tag{4-56}$$

Donde los coeficientes son:

$$\begin{aligned}
a_E &= \left[\rho_l A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{i+1,J} \\
a_W &= \left[\rho_l A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{i,J} \\
a_N &= \left[\rho_l A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{I,j+1} \\
a_S &= \left[\rho_l A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{I,j}
\end{aligned} \tag{4-57}$$

Y los términos fuente son:

$$\begin{aligned}
S_E &= \left[\rho_l^2 A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{i+1,J} g_r \\
S_W &= \left[\rho_l^2 A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{i,J} \\
S_N &= \left[\rho_l^2 A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{I,j+1} g_z \\
S_s &= \left[\rho_l^2 A_l \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1} \right]_{I,j} g_z
\end{aligned} \tag{4-58}$$

Una vez determinado el campo de presiones para el líquido se puede encontrar el campo de velocidades aplicando las expresiones (3-18) y (3-19):

$$v_{li,j} = \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1}_{i,j} \left[\rho_{li,j} g_r - \left(\frac{p_{li,j} - p_{li-1,j}}{r_l - r_{l-1}} \right) \right] \tag{4-59}$$

$$w_{li,j} = \left(\frac{\mu_l}{K} + \frac{c_F \rho_l}{\sqrt{K}} |\bar{\nabla}_l| \right)^{-1}_{I,j} \left[\rho_{li,j} g_z - \left(\frac{p_{li,j} - p_{li,j-1}}{z_j - z_{j-1}} \right) \right] \tag{4-60}$$

4.4.2 Ecuación de energía térmica para el líquido

Para la ecuación de energía térmica del líquido, (4-23), se sigue un procedimiento similar que para la ecuación de energía térmica del vapor. La única diferencia es que esta ecuación no tiene términos fuente. Se integra la ecuación y se expresa en términos de flujos a través de la superficie de control.

$$\int_{VC} \nabla \cdot (\rho_l c_{p,l} T_l \bar{\nabla}_l) dV = \int_{VC} \nabla \cdot (k_m \nabla T_l) dV \tag{4-61}$$

$$\int_A \hat{n} \cdot (\rho_l c_{p,l} T_l \bar{\nabla}_l) dA = \int_A \hat{n} \cdot (k_m \nabla T_l) dA \tag{4-62}$$

La ecuación de energía térmica discreta para el líquido es de la forma:

$$a_P T_{li,j} = a_E T_{li+1,j} + a_W T_{li-1,j} + a_N T_{li,j+1} + a_S T_{li,j-1} \tag{4-63}$$

Donde los coeficientes son:

$$\begin{aligned}
 a_E &= \frac{(k_l A_l)_{i+1,J}}{r_{lI+1} - r_{lI}} + \max\left(0, -(\rho_l v_l A_l c_{p,l})_{i+1,J}\right) \\
 a_W &= \frac{(k_l A_l)_{i,J}}{r_{lI} - r_{lvI-1}} + \max\left((\rho_l v_l A_l c_{p,l})_{i,J}, 0\right) \\
 a_N &= \frac{(k_l A_l)_{I,j+1}}{z_{lJ+1} - z_{lJ}} + \max\left(0, -(\rho_l w_l A_l c_{p,l})_{I,j+1}\right) \\
 a_S &= \frac{(k_l A_l)_{I,j}}{z_{lJ} - z_{lJ-1}} + \max\left((\rho_l w_l A_l c_{p,l})_{I,j}, 0\right)
 \end{aligned} \tag{4-64}$$

$$\begin{aligned}
 a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S \\
 &+ (\rho_l v_l A_l c_{p,l})_{i+1,J} - (\rho_l v_l A_l c_{p,l})_{i,J} + (\rho_l w_l A_l c_{p,l})_{I,j+1} - (\rho_l w_l A_l c_{p,l})_{I,j}
 \end{aligned}$$

4.5 ESTRATEGIA DE ACOPLAMIENTO Y ESQUEMA DE SOLUCIÓN

El problema de la operación de tubos de calor implica la solución en dos dominios diferentes, líquido y vapor, de un conjunto de ecuaciones gobernantes, las cuales son no lineales y acopladas. Esto requiere que el proceso de solución del modelo sea iterativo y que las condiciones en la interfaz se apliquen de manera dinámica. A continuación, se describen algunos detalles de la estrategia de acoplamiento y de solución implementada.

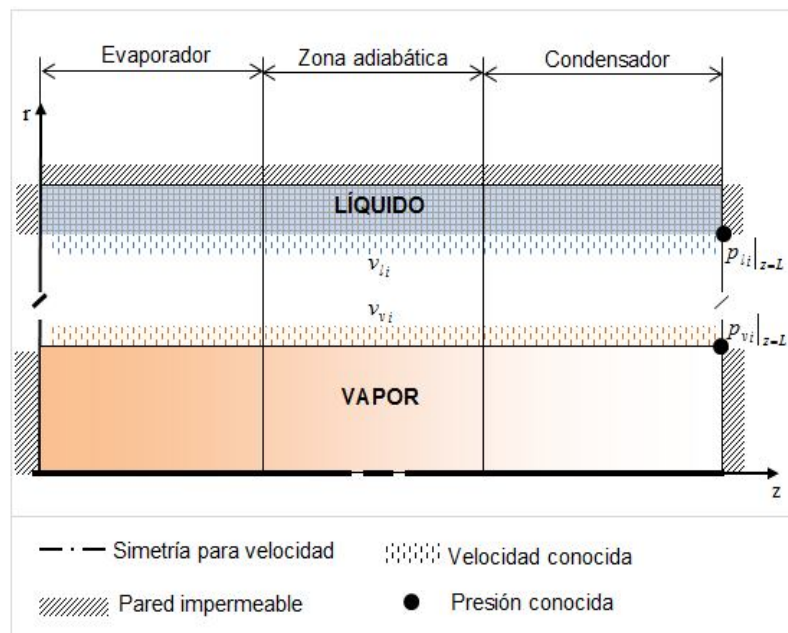
4.5.1 Estrategia de acoplamiento

Los dominios del líquido y el vapor se consideran como dominios independientes, dentro de los cuales las ecuaciones gobernantes son distintas. Sin embargo, los fenómenos físicos entre ambos dominios se acoplan en la interfaz, donde se deben cumplir las ecuaciones de balance y compatibilidad. Las condiciones de frontera en la interfaz deben implementarse de manera iterativa, apoyándose en resultados de iteraciones previas.

En la Figura 21, se muestra un esquema de los dominios desacoplados y de las condiciones de frontera de velocidad utilizadas en cada uno de ellos. Las condiciones de frontera no relacionadas con la interfaz para el vapor son: simetría de velocidades en la línea central, pared impermeable en el extremo del evaporador y pared impermeable en extremo del condensador. Los valores involucrados en estas condiciones de frontera son los mismos durante el proceso iterativo y por eso se consideran fijas. Para el vapor en la interfaz se tienen dos condiciones de frontera dinámicas: velocidad radial conocida y presión conocida en el extremo del evaporador.

Para el líquido, las condiciones de frontera de velocidad fijas son de pared impermeable para: la pared del condensador, el extremo del condensador y el extremo del evaporador. Las condiciones de frontera dinámicas son similares a las del vapor, velocidad radial conocida y presión conocida en el extremo del evaporador.

Figura 21 Condiciones de frontera para velocidad (líquido y vapor)



Se debe implementar la condición de presión en el extremo del condensador, puesto que, para garantizar que el sistema de ecuaciones algebraicas para la presión esté bien condicionado, se requiere conocer el valor de la misma en al menos un punto. Además, para el cálculo de algunas propiedades termodinámicas el campo de presiones del vapor debe ser de presiones absolutas. Para el vapor, esta presión en el extremo, se encuentra como la presión de saturación a la temperatura de la interfaz en el extremo. La temperatura de la interfaz en el extremo se determina con un modelo de conducción, como la temperatura requerida para que no haya acumulación global de energía en el tubo de calor. Entonces, se fuerza la temperatura para que en el extremo del condensador se transfiera calor a una razón tal que se extraiga todo el calor admitido en el evaporador.

El flujo másico radial en la interfaz se determina del balance de energía térmica en la misma, utilizando los campos de temperatura calculados en una iteración previa:

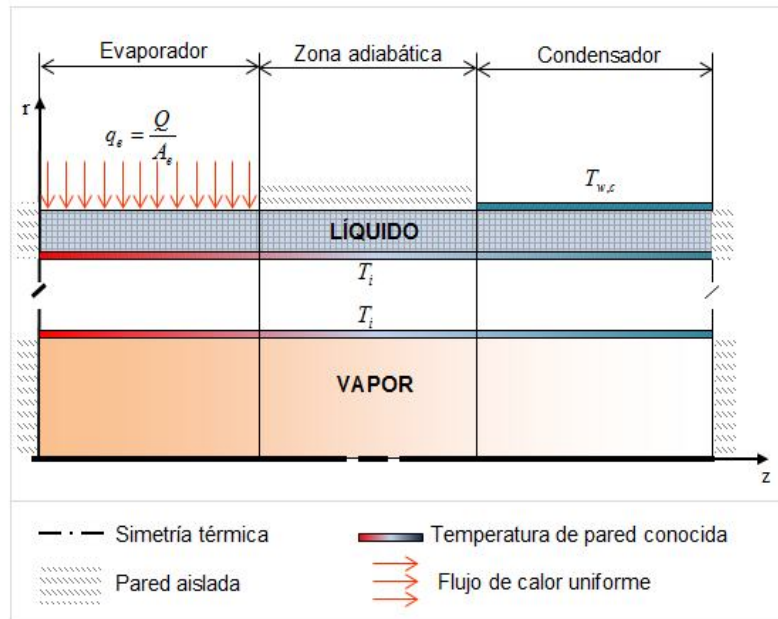
$$v_v|_{r=R_v} = \frac{k_v \frac{\partial T_v}{\partial r} \Big|_{r=R_v} - k_m \frac{\partial T_l}{\partial r} \Big|_{r=R_v}}{[\rho_l (h_v - h_l)]_{r=R_v}} \quad (4-65)$$

Las condiciones de frontera térmica para ambos dominios se esquematizan en la Figura 22. Para el vapor se tienen como condiciones térmicas fijas: simetría térmica en la línea central, pared aislada en el extremo del condensador y pared aislada en el extremo del evaporador. En la interfaz, se tiene una condición de frontera de temperatura conocida, que se determina de manera iterativa.

Para el líquido se tienen como condiciones térmicas fijas: flujo de calor uniforme a través de la pared del contenedor en el evaporador, flujo de calor igual cero a través de la pared del contenedor en la zona adiabática, temperatura de la pared del contenedor constante en el condensador, pared adiabática en el extremo del

evaporador y pared adiabática en el extremo del condensador. La condición de frontera térmica en la interfaz, también es de temperatura conocida. La temperatura de la interfaz se calcula como la temperatura de saturación a la presión del vapor en la interfaz.

Figura 22 Condiciones de frontera para temperatura (líquido y vapor)



4.5.2 Esquema de solución

El esquema utilizado para la solución del modelo se muestra en la Figura 23. El proceso comienza con la definición del problema que incluyen: dimensiones geométricas, condiciones de operación (flujo de calor y temperatura de pared) y propiedades de la estructura capilar (porosidad y radio efectivo de poro). También se definen parámetros para la solución numérica como: número de celdas en la dirección radial para el líquido y el vapor, número de celdas en dirección axial en el evaporador, el condensador y la zona adiabática y el factor de relajación para el cálculo de velocidades en el vapor.

Luego con los datos de la definición del problema se establecen las condiciones de frontera fijas para el líquido y el vapor. También se calculan unas condiciones de inicio para la interfaz. Se estima una temperatura de interfaz suponiendo un modelo de conducción en el condensador (Ver ecuación (4-65))

$$T_i = \frac{Q \ln\left(\frac{R_l}{R_v}\right)}{2\pi k_m L_c} + T_{w,c} \quad (4-66)$$

También se estiman velocidades en la interfaz, suponiendo flujo radial uniforme:

$$v_v|_{r=R_v} = \frac{Q}{\rho_v h_{fg} 2\pi R_v L_c} \quad L_e + L_a \leq z \leq L$$

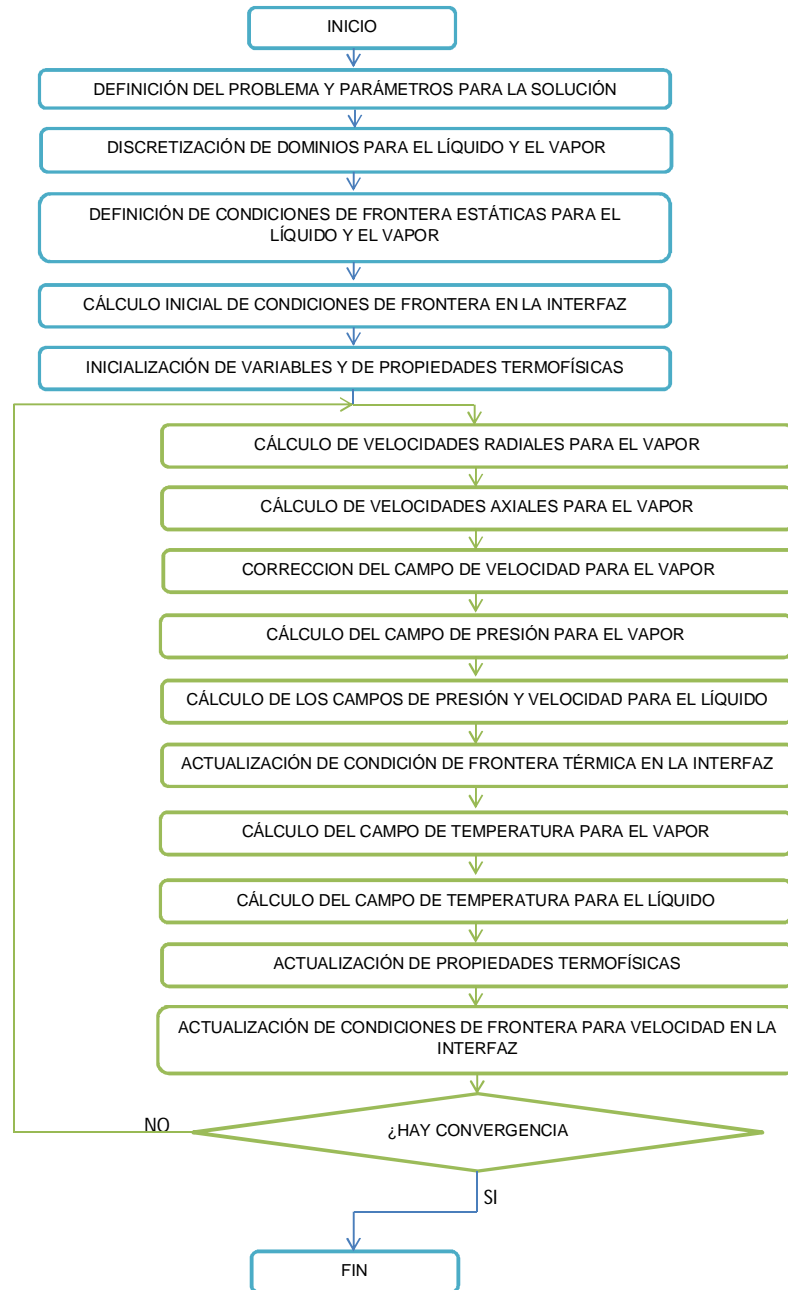
$$v_v|_{r=R_v} = \frac{Q}{\rho_v h_{fg} 2\pi R_v L_e} \quad 0 \leq z \leq L_e \quad (4-67)$$

Después se inicializan en cero las variables de flujo (presión, velocidad y temperatura) y se calculan los valores de las propiedades termofísicas a la temperatura de la interfaz supuesta. Para el cálculo de las propiedades termofísicas del agua líquida se utilizan polinomios de ajuste obtenidos a partir de datos reportados por NIST para el líquido saturado (National Institute of Standards and Technology, 2011). Para el cálculo de las propiedades termofísicas del vapor de agua se utiliza la herramienta XSteam (Holmgren , 2006).

Se comienza un proceso iterativo en el que se resuelven las ecuaciones gobernantes para ambos dominios y se actualizan continuamente las condiciones de frontera de la interfaz. Este proceso continúa hasta que se alcanza una solución convergida. Como criterio de convergencia, (4-68), se utiliza la diferencia absoluta del valor eficaz promedio de la velocidad entre iteraciones.

$$\frac{w_{v,rms}^n - w_{v,rms}^{n-1}}{w_{v,rms}^n} \leq 10^{-5} \quad (4-68)$$

Figura 23 Esquema de solución



5 MATERIALES Y MÉTODOS EXPERIMENTALES

El ajuste del modelo propuesto se determina comparando los resultados arrojados por este con datos de operación de un tubo de calor en condiciones reales. En esta sección, se presentan detalles del tubo de calor construido y del montaje acondicionado para las pruebas experimentales.

5.1 FABRICACIÓN Y CARACTERÍSTICAS DEL TUBO DE CALOR PARA PRUEBAS

El tubo de calor utilizado tiene contenedor de cobre, malla de alambre de acero inoxidable y agua como fluido de trabajo. Este se fabrica a partir de un tramo de tubería rígida de cobre tipo M de 39cm de longitud y 1/2" de diámetro nominal. El diámetro externo del contenedor es 15.88mm y el diámetro interno es 14.45mm. En los extremos del contenedor se ponen tapones de bronce comercial, en forma de disco, de 5mm que se ajustan a la pared interna. Por lo anterior la longitud efectiva del tubo de calor es 38cm. Además, uno de los tapones se hace un agujero en que se suelda un tubo capilar de 1/8" para la carga.

La estructura capilar se fabrica a partir de malla 40 de acero inoxidable de 1574.8 hilos/metro (40 hilos/pulgada) y con un diámetro de alambre de 0.23mm. Se utiliza un trozo rectangular de malla de 38cm de largo y 9 cm de ancho, el cual se enrolla para ser introducido en el contenedor. De esta manera la estructura capilar tiene dos capas de malla.

5.1.1 Limpieza

Los componentes del tubo de calor son sometidos a un proceso de limpieza antes de ensamblarlos. Este proceso tiene el objetivo de eliminar contaminación como

grasas y óxidos que puedan afectar el desempeño térmico del tubo de calor. La limpieza comienza por la inmersión de los componentes en una solución de ácido clorhídrico al 12% durante 10min. Luego se realiza un enjuague con abundante agua y posterior a este una inmersión en una solución de hidróxido de sodio (soda cáustica) al 2% durante 10min. Finalmente, se hace otro enjuague con abundante agua.

5.1.2 Ensamble y soldadura

Una vez secos, se ensamblan los componentes del tubo de calor. Primero se introduce la malla enrollada, luego se posicionan los tapones y el tubo capilar para la carga. Después, se sueldan los tapones al tubo de calor con soldadura de alta capilaridad. El capilar también se suelda a uno de los tapones. Después de la soldadura se acopla una válvula de carga al capilar.

5.1.3 Carga del fluido de trabajo

La carga del fluido de trabajo se realiza en el sistema de carga. Este sistema tiene una válvula que permite la conexión del tubo de calor con la tubería de vacío o con el suministro de agua destilada. Primero se hace vacío dentro del contenedor del tubo de calor. Luego, se conecta el tubo de calor con el suministro de agua y se cargan 6ml. Se cierra la válvula de carga y se sumerge el tubo de calor en agua caliente para verificar su funcionamiento. Después de esta prueba elemental de funcionamiento se lleva a cabo una purga (conexión con la tubería de vacío) para eliminar posibles gases no condensables remanentes y se cierra nuevamente la válvula de carga.

La masa de fluido de trabajo efectivamente cargada se determina por comparación entre el peso antes después de carga y antes de carga. Se encuentra que la masa de agua cargada es de 5.2g. El tubo de calor se deja con la válvula instalada para

poder realizar nuevas purgas o modificar la masa de agua en caso de ser necesario.

5.1.4 Características del tubo de calor para pruebas

En la Tabla 1, se resumen las características del tubo de calor que se utiliza en las pruebas experimentales. Es un tubo de cobre con malla en acero inoxidable y agua como fluido de trabajo.

Tabla 2 Características del tubo de calor

Material contenedor	Cobre
Material malla	Acero inoxidable
Fluido de trabajo	Agua
Diámetro externo del contenedor	15.88 mm
Diámetro interno del contenedor	14.45 mm
Longitud total	390 mm
Longitud efectiva	380 mm
Número de malla	40 hilos/pulg
Diámetro del alambre de la malla	0.222 mm
Número de capas de malla	2
Espesor estructura capilar	0.85mm
Masa de fluido de trabajo	5.2 g
Masa total con válvula de carga	219.4 g

5.2 MONTAJE PARA PRUEBAS DE DESEMPEÑO DE TUBOS DE CALOR

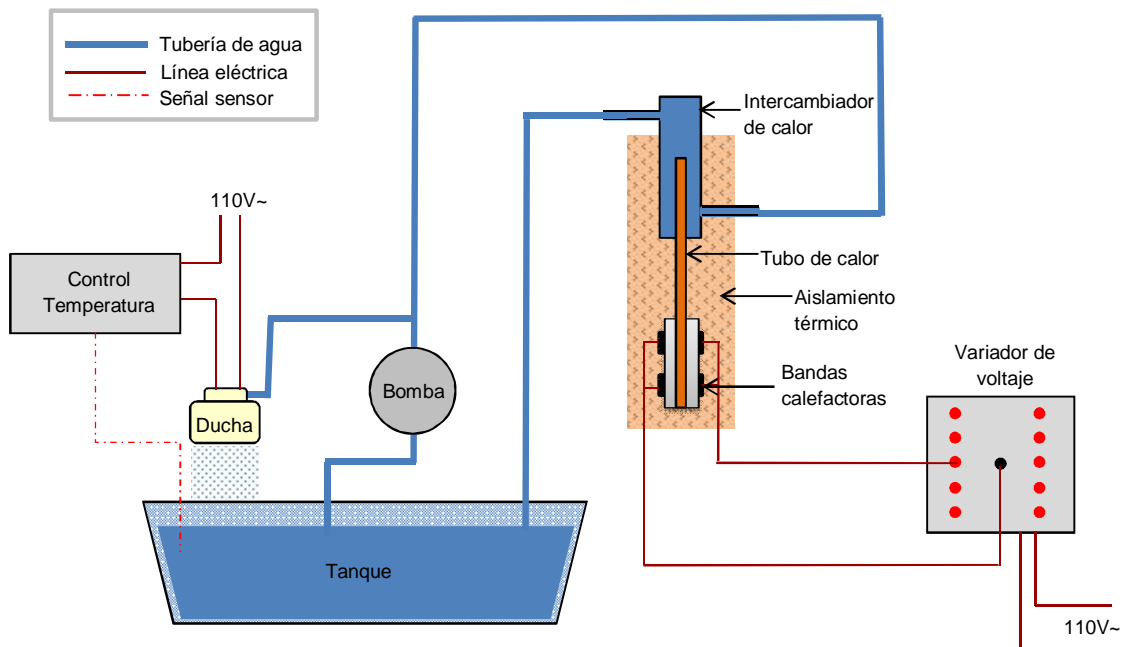
El montaje de los ensayos se hace para evaluar el desempeño del tubo de calor cuando se le impone un flujo de calor en el evaporador y una temperatura de pared en el condensador. En cada uno de los ensayos se toma datos de la distribución de temperatura a lo largo del tubo de calor. A continuación, se describe con más detalle el montaje y la instrumentación utilizada en las pruebas experimentales.

5.2.1 Descripción general del montaje

El montaje permite ensayar el tubo de calor con diferentes flujos de calor en el evaporador y temperaturas de enfriamiento en el condensador. Para el calentamiento del tubo de calor se utilizan resistencias eléctricas calefactoras que se acoplan a un núcleo de aluminio, por el centro del cual se pasa el tubo de calor. El núcleo de aluminio favorece la distribución del calor, permitiendo que la condición de calentamiento en el ensayo se asemeje a la de flujo calor uniforme.

Se pueden realizar ensayos con distintas potencias de calentamiento, modificando el voltaje aplicado a los terminales de las resistencias. Se usan dos resistencias calefactoras con una potencia máxima 200W (220 V~) cada una, las cuales se conectan en paralelo. Para modificar el voltaje se usa un variador que tiene un transformador eléctrico. En la Figura 1, se muestra un esquema del montaje utilizado en las pruebas experimentales.

Figura 24 Esquema montaje para pruebas experimentales



En el condensador se instala un intercambiador de calor a través del cual fluye agua a un caudal abundante y relativamente constante de 11LPM. La temperatura del agua de enfriamiento se mantiene relativamente constante mediante un control de temperatura que regula el encendido de un calentador eléctrico de agua (ducha eléctrica). Se adecua un sistema de recirculación de agua con una bomba que toma el agua de un tanque. El caudal bombeado se divide en dos, una parte pasa por la ducha eléctrica y es descargado nuevamente en el tanque; y la otra se hace pasar por el intercambiador cuya descarga también llega al tanque. Las características del montaje se resumen en la Tabla 3.

Tabla 3 Características principales del montaje para pruebas experimentales

Potencia de calentamiento	10 – 400 W
Temperatura agua para enfriamiento	25 – 70 °C
Caudal agua de enfriamiento	11 LPM
Alimentación eléctrica	110V~

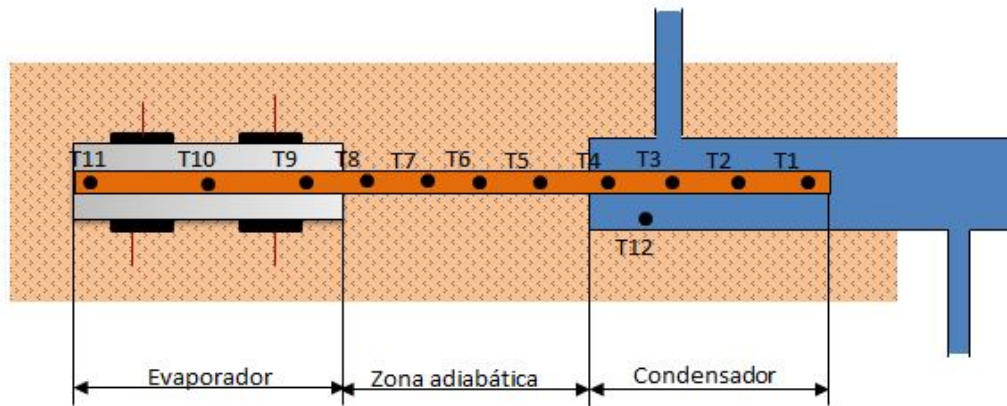
5.2.2 Medición de variables

Las variables que se miden en las pruebas son: temperatura a lo largo del tubo de calor, caudal y temperatura del agua de enfriamiento, voltaje aplicado y corriente consumida por las bandas calefactoras. El valor eficaz del voltaje y la corriente se miden con multímetros; la resolución en la medición de voltaje es de 0.1V y la resolución en la medición de corriente es de 0.01A. El caudal se determina por aforo volumétrico utilizando un contador de agua con una resolución de 0.1l.

La medición de temperaturas se realiza por medio de 12 termopares. Las señales de temperatura son adquiridas por medio de un PLC y registradas en computador. Se registran temperaturas cada segundo con una resolución de 0.1°C. Los termopares se enumeran de 1 a 12, siendo los termopares 1 a 8 tipo K con la junta desnuda y los termopares 9 a 12 tipo J con encapsulamiento en acero inoxidable. En la Figura 25, se muestran los puntos de medición de temperatura.

Los termopares 1, 2, 3 y 4 se sitúan a lo largo del condensador del tubo de calor. Los termopares 5, 6, 7 y 8 se ubican en la sección adiabática del tubo de calor. Los termopares 9, 10 y 11 se instalan a lo largo del evaporador. El termopar 12 toma la temperatura del agua de enfriamiento en el condensador.

Figura 25 Puntos de medición de temperatura



En la Tabla 1, se listan las distancias de en las que se ubican los termopares en el tubo de calor. Estas distancias se miden desde el extremo del evaporador.

Tabla 4 Distancias de puntos de medición temperatura en el tubo de calor

T1	370 mm
T2	340 mm
T3	310 mm
T4	280 mm
T5	220 mm
T6	195 mm
T7	170 mm
T8	145 mm
T9	123 mm
T10	66 mm
T11	5 mm

5.2.3 Calibración de sensores de temperatura

La calibración de los sensores de temperatura permite establecer el desfase de las mediciones entregadas por estos respecto a la temperatura real. Los termopares tienen una respuesta lineal, por lo cual se toman tres puntos de calibración: punto de fusión del agua (0°C), temperatura ambiente (22°C) y una temperatura superior a la del ambiente pero inferior al punto de ebullición del agua (75°C). La curva de calibración de cada sensor es de la forma:

$$T_{\text{corregida}} = mT_{\text{medida}} + b \quad (5-1)$$

El procedimiento de calibración consiste en sumergir los sensores y un sensor patrón en un recipiente aislado con agua a la temperatura de cada punto de calibración y registrar las lecturas de los sensores. Para el punto de calibración a la temperatura de fusión del agua se prepara una mezcla de hielo triturado y agua líquida.

Tabla 5 Constantes de calibración de los sensores de temperatura

Sensor	Pendiente, m [°C/°C]	Intercepto, b [°C]
T1	1.002	0.08
T2	1.003	-0.30
T3	1.003	-0.61
T4	1.004	-0.91
T5	1.008	-0.33
T6	1.010	-0.29
T7	1.008	-0.39
T8	1.008	-0.52
T9	1.154	-4.73
T10	1.155	-4.86
T11	1.161	-4.94
T12	1.169	-5.35

La curva de calibración de cada sensor se construye con los datos registrados por los sensores y el patrón en cada uno de los medios. En la Tabla 5, se encuentran los valores de las constantes de calibración para cada sensor de temperatura.

5.3 PRUEBAS DE DESEMPEÑO DEL TUBO DE CALOR

Las pruebas de desempeño del tubo de calor están orientadas a determinar la distribución de temperatura a lo largo de la pared del contenedor para distintos flujos de calor y temperaturas del agua de enfriamiento.

5.3.1 Procedimiento para pruebas de desempeño

El desarrollo de las pruebas comprende las siguientes actividades:

- a) Realizar las conexiones eléctricas requeridas: variador de voltaje, sistema de adquisición de datos, computador, bomba de agua, ducha eléctrica y sistema de control de temperatura del agua de enfriamiento.
- b) Activar el sistema de circulación de agua.
- c) Fijar la temperatura del agua de enfriamiento y esperar a que esta se estabilice.
- d) Activar el sistema de adquisición y registro de datos de temperatura.
- e) Fijar el voltaje en el porcentaje menor a ensayar y encender el variador de voltaje.
- f) Registrar manual y en varias oportunidades los datos de caudal, voltaje y corriente.
- g) Observar la evolución de la temperatura.
- h) Determinar el momento en que se alcanza el estado estacionario, aproximadamente, cuando se observen variaciones absolutas de la temperatura menores al 1%.
- i) Registrar datos de temperatura en estado estacionario durante por lo menos dos minutos.
- j) Guardar el archivo con las temperaturas registradas.

- k) Variar el voltaje a un valor mayor y repetir los pasos e) a j) para todas las potencias del ensayo particular.
- l) Repetir el procedimiento para la siguiente temperatura del agua de enfriamiento a evaluar.

5.3.2 Parámetros de las pruebas de desempeño

Para las pruebas de desempeño realizadas las longitudes de cada una de las secciones (evaporador, zona adiabática y condensador) son iguales. La temperatura del agua de enfriamiento es 30°C y se aplican potencias de calentamiento en un rango de 10 – 370W. La posición del tubo es vertical, con el evaporador por debajo del condensador, es decir, que el flujo de retorno del líquido al evaporador es asistido por gravedad. En la Tabla 6, se resumen los parámetros de las pruebas de desempeño ejecutadas.

Tabla 6 Parámetros de las pruebas de desempeño

Longitud evaporador	0.13m
Longitud condensador	0.13m
Longitud zona adiabática	0.13m
Temperatura agua enfriamiento	30°C
Potencia de calentamiento	10-370W
Orientación tubo de calor	Vertical

6 RESULTADOS

El comportamiento del tubo de calor se analiza a partir de resultados experimentales y de los resultados del modelo propuesto. Los resultados de las pruebas experimentales sirven como referencia para establecer la validez de los resultados del modelo. Además, se presentan resultados adicionales del modelo.

6.1 PRUEBAS EXPERIMENTALES Y AJUSTE DEL MODELO

6.1.1 Resultados experimentales

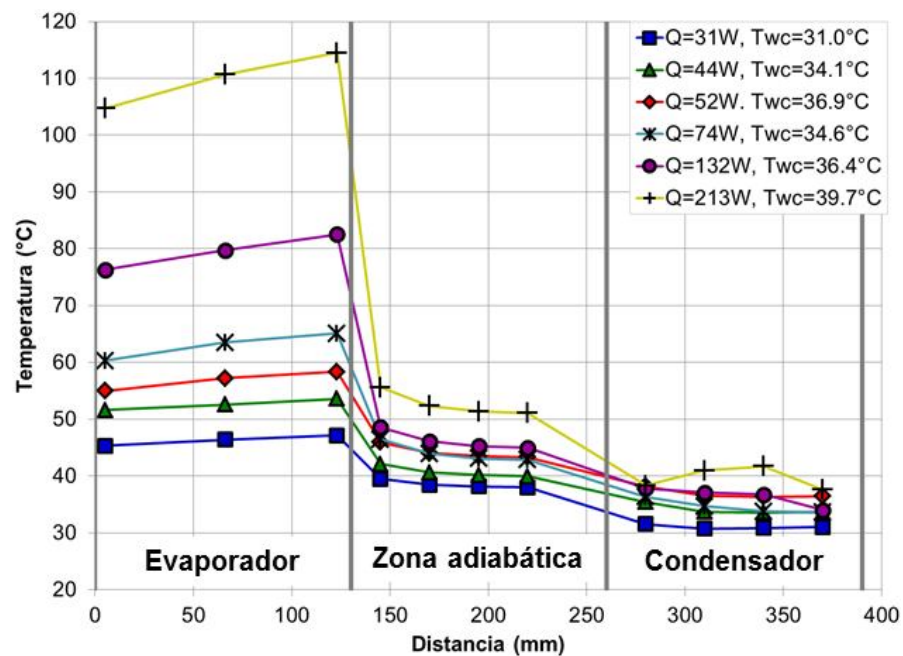
Se realizan pruebas de operación del tubo de calor con potencias entre 10W y 370W. Sin embargo, las pruebas a baja potencia, menor a 20W, y alta potencia, mayor a 250W, no son concluyentes para el análisis de la operación normal del tubo de calor. En el caso de bajas potencias, se requiere de un tiempo considerablemente mayor para alcanzar el estado estacionario, puesto que el proceso de calentamiento de los aislamientos térmicos, el condensador y otros dispositivos es lento. Además, es difícil determinar el punto de estabilización de las temperaturas, entonces se puede incurrir en errores considerables. En el caso de las altas potencias, durante los ensayos del tubo de calor se observa un sobrecalentamiento excesivo en la zona del evaporador, por lo cual se deduce que se ha superado el límite de operación del tubo de calor.

En la Figura 26, se muestra la distribución axial de temperatura del contenedor obtenida durante las pruebas experimentales para distintas potencias de calentamiento. En la gráfica se observa, como se espera, que al incrementar la potencia se incrementa la temperatura de pared en el evaporador. Además, se observa que la temperatura de pared en el evaporador tiende a ser más uniforme para bajas potencias. A medida que la potencia aumenta, se observa que el

extremo del evaporador presenta una temperatura menor a la temperatura en otros puntos de la misma zona.

En cuanto a la temperatura en la zona adiabática, esta también se incrementa con la potencia, pero de manera menos notoria. Esta región de acoplamiento tiene una temperatura relativamente uniforme.

Figura 26 Temperatura del contenedor en pruebas experimentales



Es importante resaltar que, aunque la temperatura del agua de enfriamiento permanece aproximadamente constante, no fue posible mantener la pared en el condensador a la misma temperatura. Esto se explica porque, para la transferencia de calor, se requiere una diferencia de temperatura entre la superficie del tubo de calor y el agua de enfriamiento. Este efecto podría reducirse, en cierta medida, con flujos de agua de enfriamiento más altos que incrementen los coeficientes de transferencia de calor por convección.

En la Tabla 7, se listan las temperaturas de pared promedio en cada zona y la diferencia de temperatura entre el evaporador y el condensador. La temperatura de pared en el condensador se encuentra entre 31.0°C y 39.7°C, en la zona adiabática se encuentra entre 38.5°C y 52.6°C y en el evaporador se encuentra entre 46.3°C y 110.0°C.

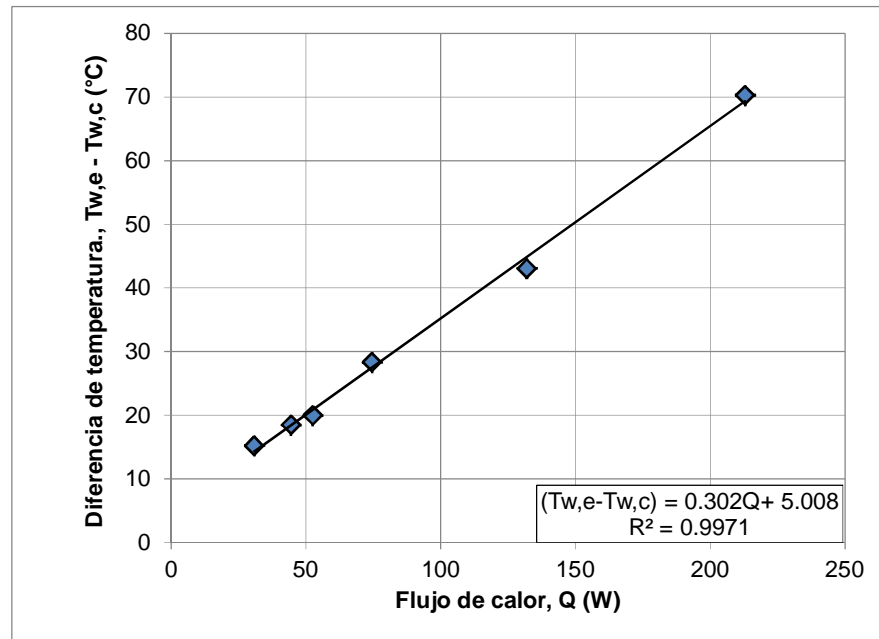
Tabla 7 Promedio de temperatura en cada zona para pruebas experimentales

Potencia calentamiento (W)	Temperatura promedio evaporador (°C)	Temperatura promedio zona adiabática (°C)	Temperatura promedio condensador (°C)	Diferencia de temperatura entre el evaporador y el condensador (°C)
31	46.3	38.5	31.0	15.2
44	52.6	40.7	34.1	18.5
52	56.8	44.2	36.9	20.0
74	62.9	44.1	34.6	28.4
132	79.5	46.2	36.4	43.1
213	110.0	52.6	39.7	70.3

La relación entre el flujo de calor transportado y la diferencia de temperatura de pared entre el evaporador y el condensador es un indicador de la resistencia térmica equivalente del tubo de calor (TDC). En la Figura 27, se muestra el gráfico del flujo de calor y esta diferencia de temperatura.

La relación entre la diferencia de temperatura y el flujo de calor es lineal. Sin embargo, el intercepto de la recta de ajuste con el eje vertical no es cero. Esto pareciera indicar que el tubo de calor soporta una diferencia de temperatura de 5°C, aproximadamente, sin transportar calor; o simplemente que en el rango de las bajas potencias el comportamiento deja de ser lineal. La pendiente de la curva de ajuste es 0.302°C/W.

Figura 27 Resistencia térmica equivalente en pruebas experimentales



6.1.2 Ajuste del modelo propuesto

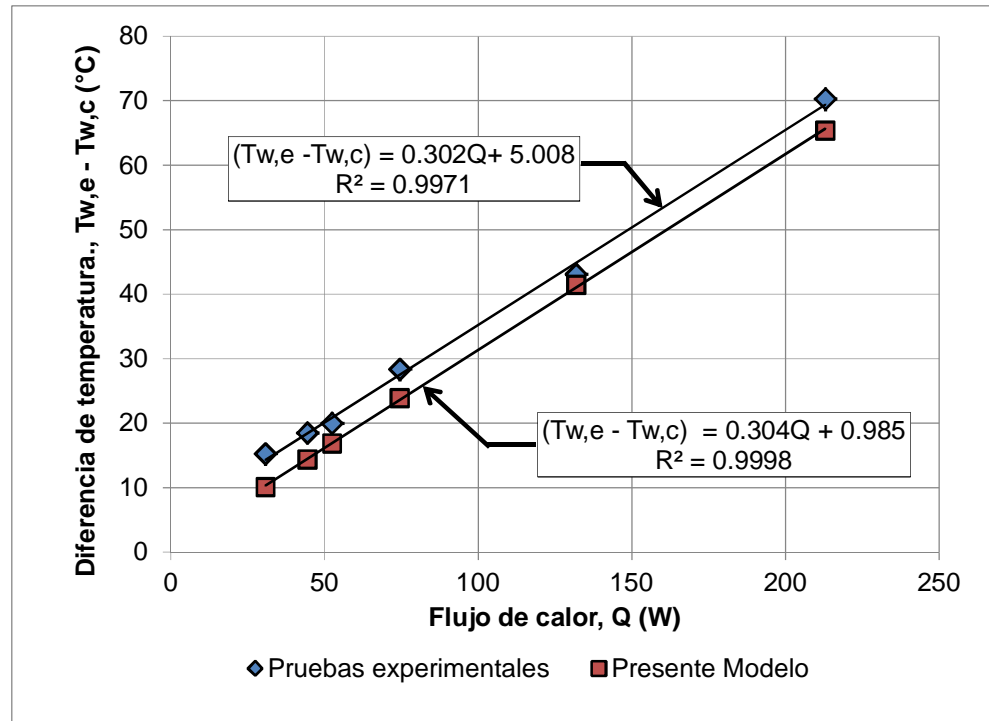
Se analiza con el modelo desarrollado el comportamiento del tubo de calor cuando se somete a las condiciones de operación evaluadas durante las pruebas experimentales. Es decir, las mismas potencias de calentamiento utilizadas y la temperatura promedio obtenida en la pared del condensador.

Se verifica la correspondencia del modelo con las pruebas experimentales, valorando la resistencia térmica equivalente en ambos casos. Para esto se construyen curvas de diferencia de temperatura promedio y flujo de calor. Se observa que el modelo es sensible al valor del espesor de la malla metálica.

Teniendo en cuenta únicamente la configuración de diseño del tubo el espesor correspondería al número de vueltas de malla multiplicado por su espesor. Sin embargo, durante la manufactura del tubo de calor no es posible garantizar que la malla quede perfectamente asentada; y además, al enrollarla puede quedar un pequeño tramo sobrante, lo que implica que en una porción el número de capas es

mayor. Entonces se decide incrementar el espesor de la malla una fracción, de manera que se obtenga un ajuste aceptable con los resultados experimentales. Esto se logra cuando el incremento del espesor es del 15%.

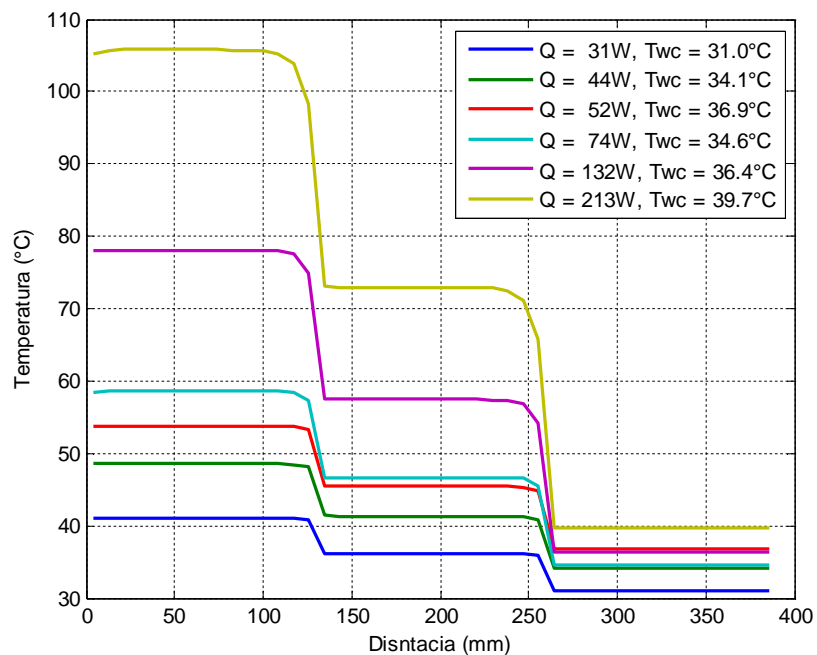
Figura 28 Resistencia térmica equivalente presente modelo y pruebas experimentales



En la Figura 28; se presenta la curva de resistencia térmica equivalente obtenida con el modelo y la obtenida de las pruebas experimentales. La pendiente de la línea de ajuste para el modelo es de $0.304^{\circ}\text{C}/\text{W}$, el cual es un valor muy cercano al obtenido en los experimentos que es de $0.302^{\circ}\text{C}/\text{W}$, con una discrepancia de 0.6%. Sin embargo, el intercepto de ambas líneas difiere, para el modelo es de 0.985°C y para las pruebas experimentales es de 5.008°C . Se presenta un desplazamiento de 4.023°C entre el modelo y los resultados experimentales. Esto puede indicar que el modelo no tiene en cuenta fenómenos que predigan correctamente la diferencia de temperatura mínima requerida para que el tubo de calor comience a transferir calor.

En la Figura 29, se grafican las temperaturas a lo largo de la pared del contenedor, obtenidas con el modelo propuesto. Se observa que la temperatura en cada una de las zonas (evaporador, zona adiabática y condensador) es relativamente uniforme, exceptuando ciertos efectos de transición al final del evaporador y de la zona adiabática.

Figura 29 Temperatura de la pared del contenedor modelo propuesto



Los valores de la temperatura promedio de la pared del contenedor en el evaporador y en la zona adiabática, también, se usan como indicador del grado de aproximación del modelo. En la Tabla 8, se observa que el modelo predice aceptablemente la temperatura promedio del evaporador. Esta temperatura siempre es menor para el modelo que para las pruebas experimentales, presentándose la mayor diferencia para el flujo de calor de 31W que es de 5.2°C. Esta diferencia está relacionada con el desplazamiento que se presenta entre las curvas de resistencia térmica equivalente.

Tabla 8 Temperatura promedio de la pared del contenedor en el evaporador y en la zona adiabática

Potencia calentamiento (W)	Temperatura evaporador (°C)		Temperatura zona adiabática (°C)	
	Pruebas experimentales	Presente modelo	Pruebas experimentales	Presente modelo
31	46.3	41.1	38.5	36.0
44	52.6	48.5	40.7	41.3
52	56.8	53.8	44.2	45.3
74	62.9	58.5	44.1	46.6
132	79.5	77.8	46.2	57.2
213	110.0	105.1	52.6	72.3

En cuanto a la temperatura promedio de la zona adiabática, el ajuste del modelo es bueno a bajas potencias. Sin embargo, para altas potencias el modelo predice temperaturas en la zona adiabática mayores que las registradas en las pruebas. Una posible causa de esta diferencia es que el modelo no considera la transferencia de calor axial a lo largo del contenedor. La diferencia de temperatura entre el evaporador y el condensador es considerable y suficiente para que la conducción de calor axial por el contenedor sea cercana al 4% de la tasa de transferencia de calor. El fenómeno de conducción axial a través de la pared del contenedor, en la zona adiabática, tiene efectos sobre la distribución de temperatura en la misma. Estos efectos no están presentes en el modelo, puesto que no se consideró el contenedor.

6.2 RESULTADOS ADICIONALES DEL MODELO PROPUESTO

A continuación, se presentan algunos resultados adicionales del modelo. Es importante tener en cuenta que para el máximo flujo de calor considerado, que es 370W, el número de Reynolds es 1370, esto confirma que se encuentra en el régimen de flujo laminar al interior de tubos.

En la Figura 30, se presentan los perfiles de velocidad axial del vapor en el evaporador y en el condensador para las condiciones de operación evaluadas en las pruebas experimentales. El perfil de velocidad axial para la distancia de 0.13m es el perfil de entrada a la zona adiabática; y el perfil de velocidad para la distancia de 0.26m es el de salida de esta zona.

En el evaporador, se tiene un perfil tipo parabólico, en el cual la velocidad promedio incrementa con la distancia, hasta el comienzo de la zona adiabática. A lo largo de la zona adiabática el perfil de velocidad axial del vapor tiene poca variación con respecto a la distancia, pero se presenta una leve variación en magnitud debida a los cambios de densidad. Los perfiles presentados son planos en el centro, porque se tienen pocos nodos en el centro del vapor.

En el condensador, la forma del perfil de velocidad axial del vapor difiere de una distribución parabólica, presenta cambios de concavidad y, para ciertos casos, más de un punto con pendiente cero. A final del condensador se observa inversión de flujo, cambio de sentido de la velocidad, para altas potencias. Esto muestra que el extremo del condensador es un punto de estancamiento para el flujo axial y que cuando el flujo alcanza este punto debe cambiar su dirección de axial a radial.

Las velocidades axiales del vapor, en general, incrementan con el flujo de calor transferido. Sin embargo, para el flujo de calor de 212W, la velocidad promedio del vapor se reduce en comparación con el flujo de calor de 132W. Esto es una evidencia de los cambios de densidad. Al incrementar la razón de transferencia de calor la presión dentro del tubo de calor es mayor.

Figura 30 Perfiles de velocidad axial del vapor (m/s)

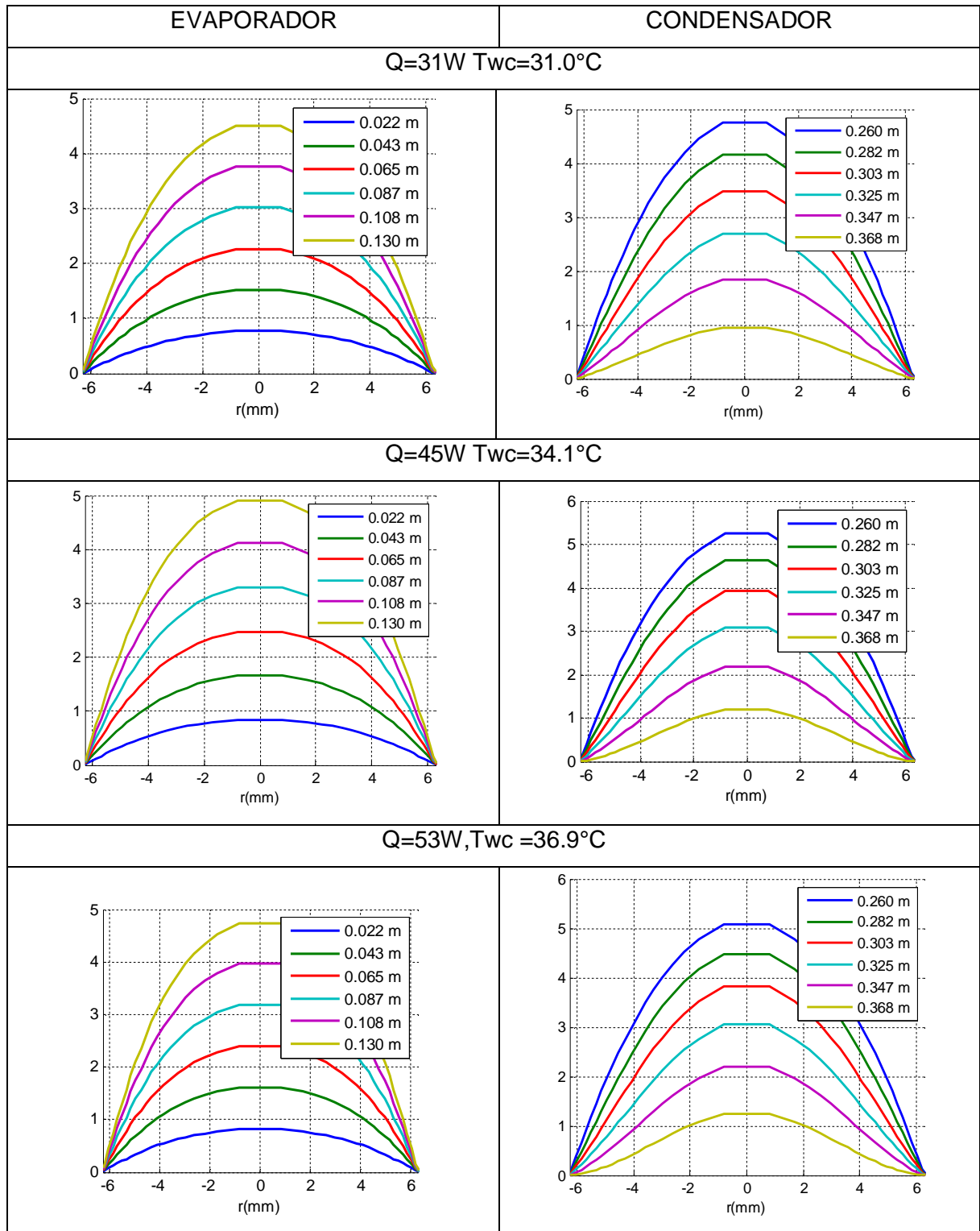
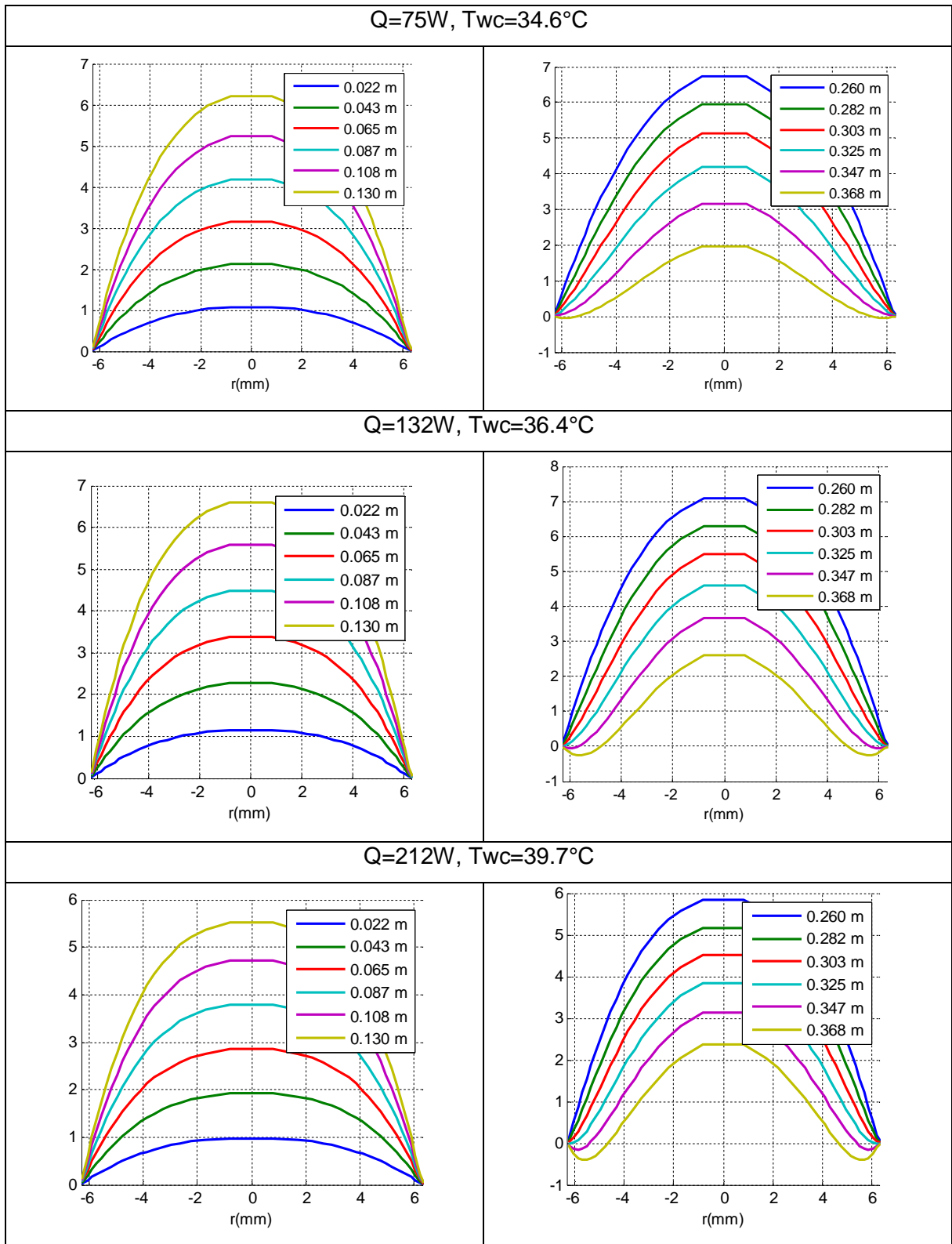


Figura 29 Perfiles de velocidad axial del vapor (m/s) (Continuación)



En la Figura 31, se muestra la variación axial de la presión del vapor para las distintas condiciones de operación. En el evaporador, se observa que la presión disminuye de manera no lineal con respecto a la distancia, el comportamiento no lineal lo induce la adición de masa, debida a la evaporación. En la zona adiabática la caída de presión es lineal, asemejándose al comportamiento de flujo laminar en un ducto. En el condensador se presenta cierta recuperación de presión por la remoción de masa, debida a la condensación. La recuperación de presión en el condensador es más notoria en la medida en que se incrementa la razón de transferencia de calor. La caída de presión en el vapor es pequeña y menor a 2Pa para todos los casos. También se observa que la presión promedio en el vapor incrementa con la tasa de transferencia de calor. Esto causa efectos de incremento de la densidad del vapor con la razón de flujo de vapor.

En la Figura 32, se muestran los perfiles de temperatura del vapor, en el condensador, la zona adiabática y el evaporador, para las mismas condiciones de operación de las pruebas experimentales. Se evidencia que el flujo del vapor es quasi – isotérmico. Sin embargo, esas pequeñas diferencias de temperatura son suficientes para explicar ciertos fenómenos.

La temperatura del vapor es mayor en el centro, inclusive en la región del evaporador. Esto favorece que el vapor se encuentre ligeramente sobrecalentado en el centro, mientras que en la interfaz está saturado. En el evaporador, esta condición parece algo contradictoria, puesto que el flujo de calor es hacia el interior. Sin embargo, la temperatura adicional en el centro no se explica por conducción de calor sino por un efecto convectivo. En el extremo del evaporador la temperatura del vapor es mayor; este vapor caliente viaja en dirección axial mezclándose con el vapor un poco más frío, con menor presión, que se va generando en la interfaz. En la zona adiabática, la forma del perfil de temperatura del vapor permanece pero la magnitud del mismo se reduce. La reducción de

temperatura en la zona adiabática es más apreciable para bajas potencias que para altas potencias.

Figura 31 Variación axial de la presión para el vapor (Pa)

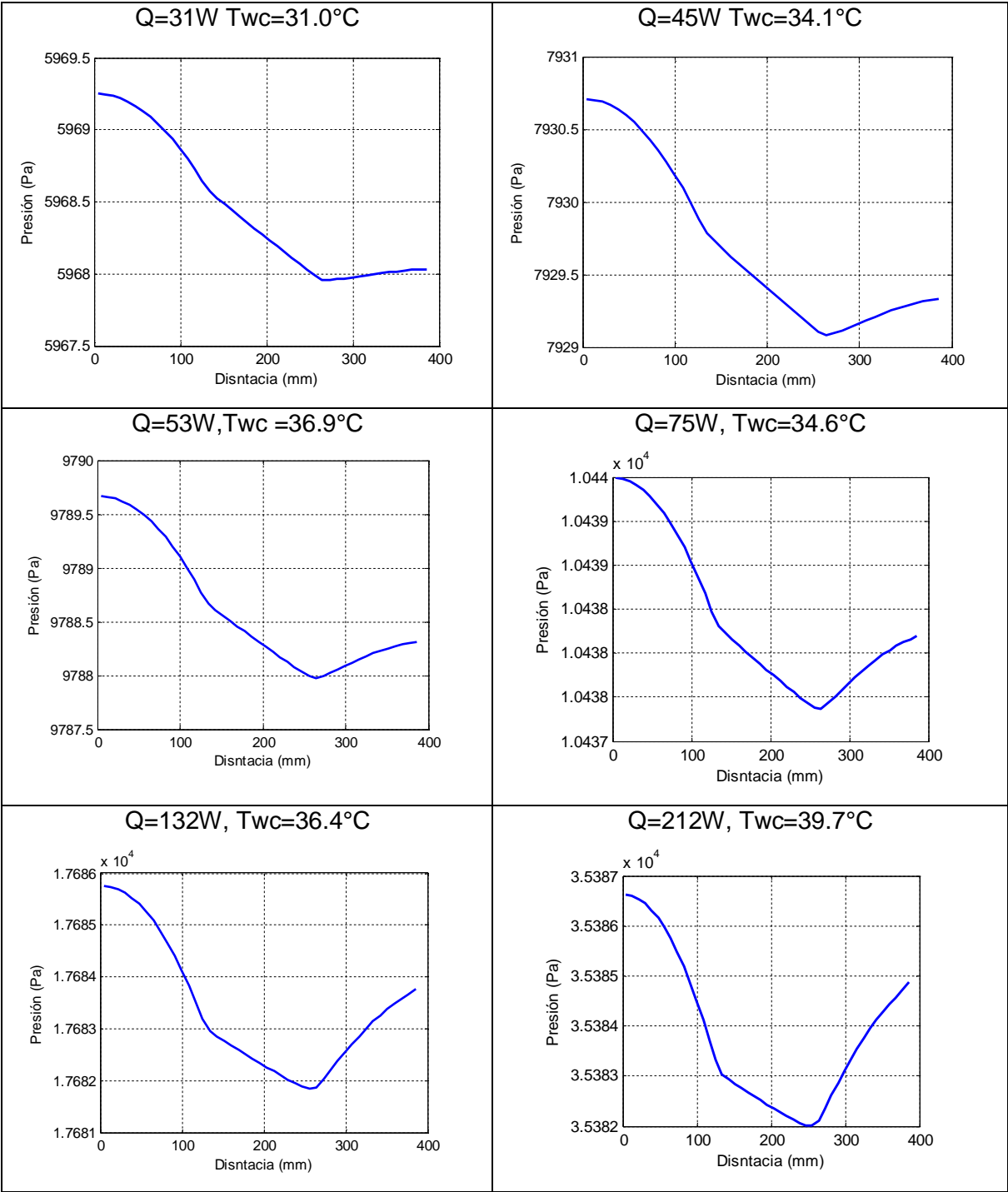


Figura 32 Perfiles radiales de temperatura del vapor (°C)

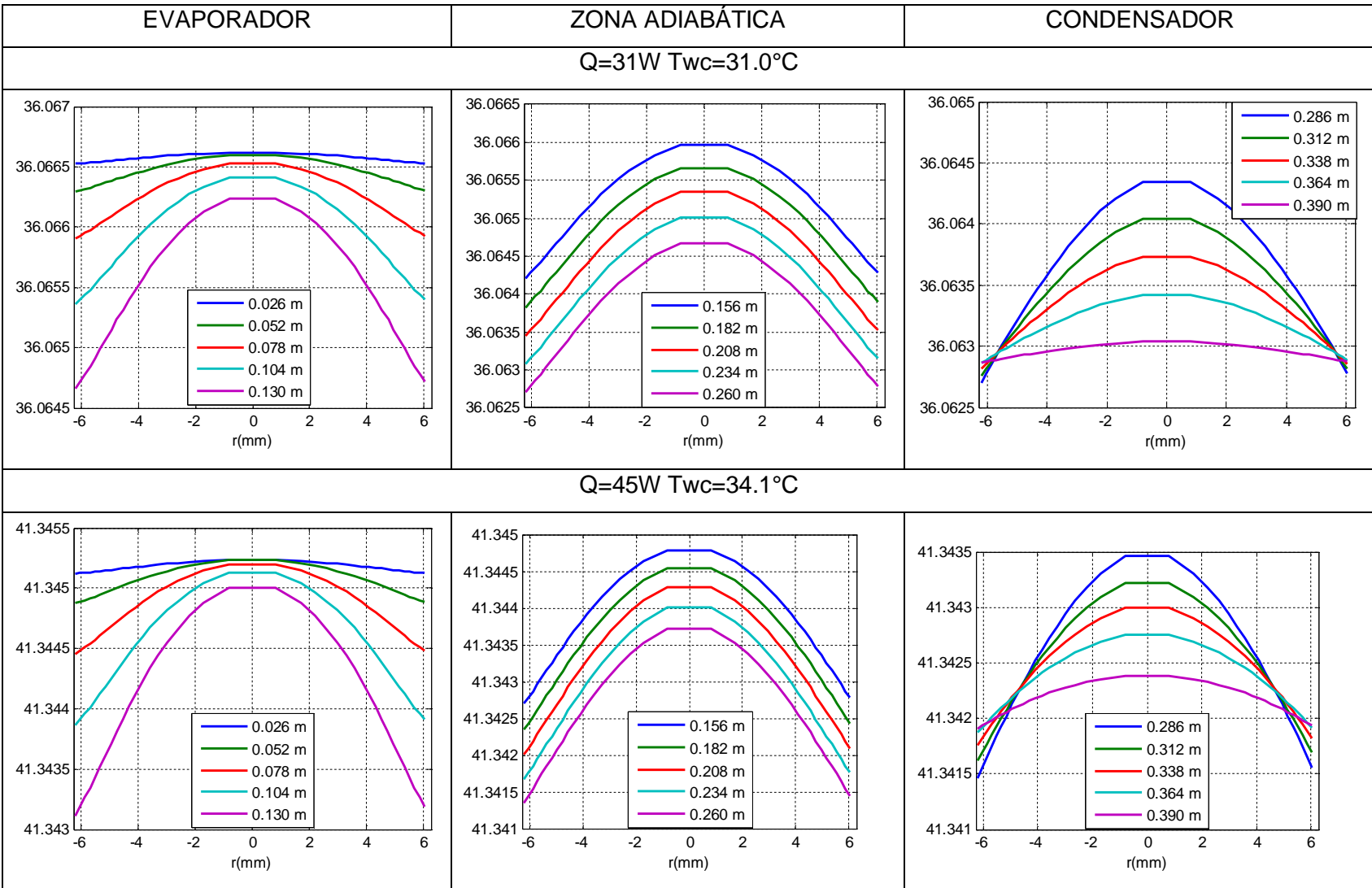


Figura 30 Perfiles radiales de temperatura del vapor (Continuación)

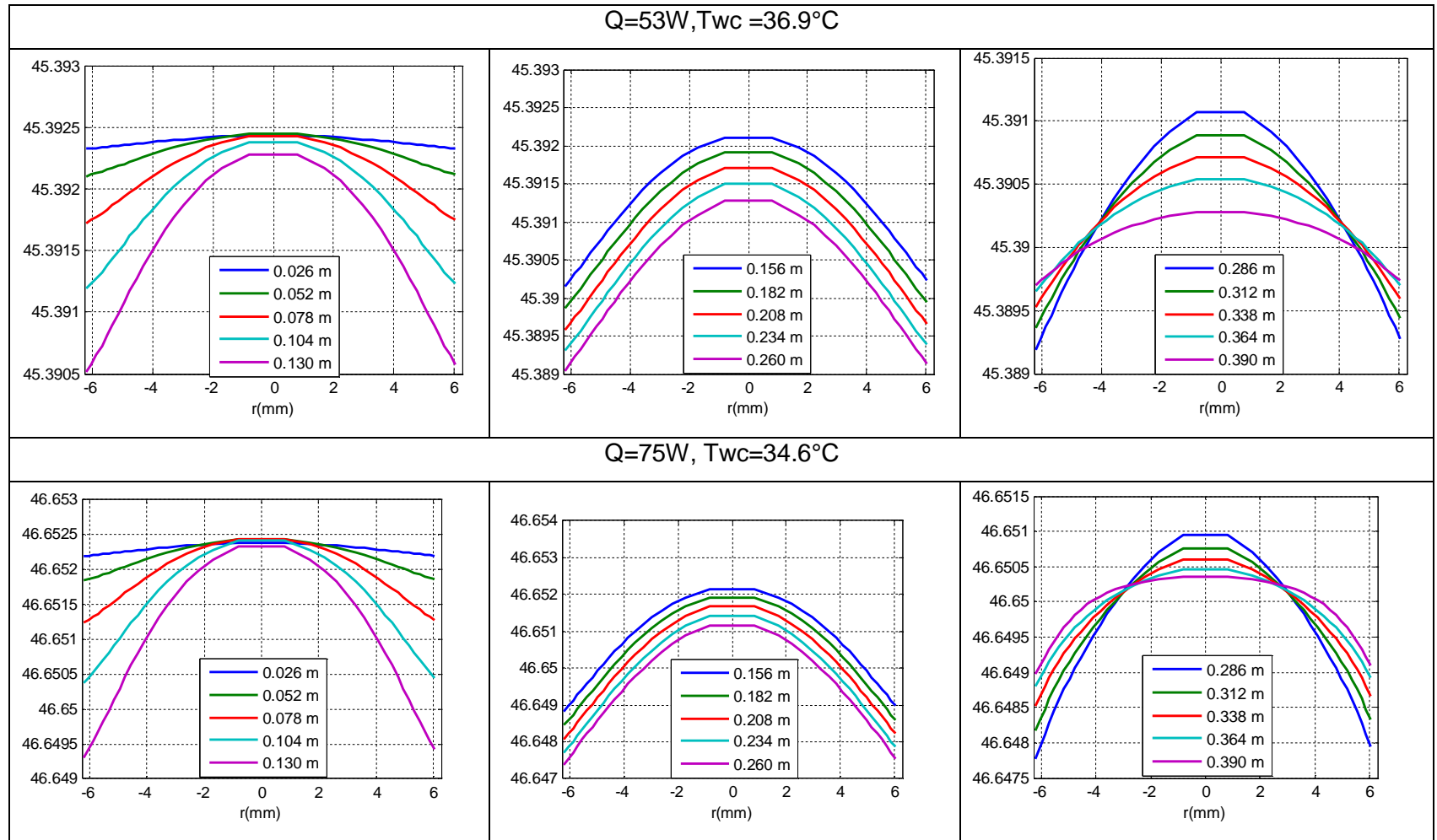
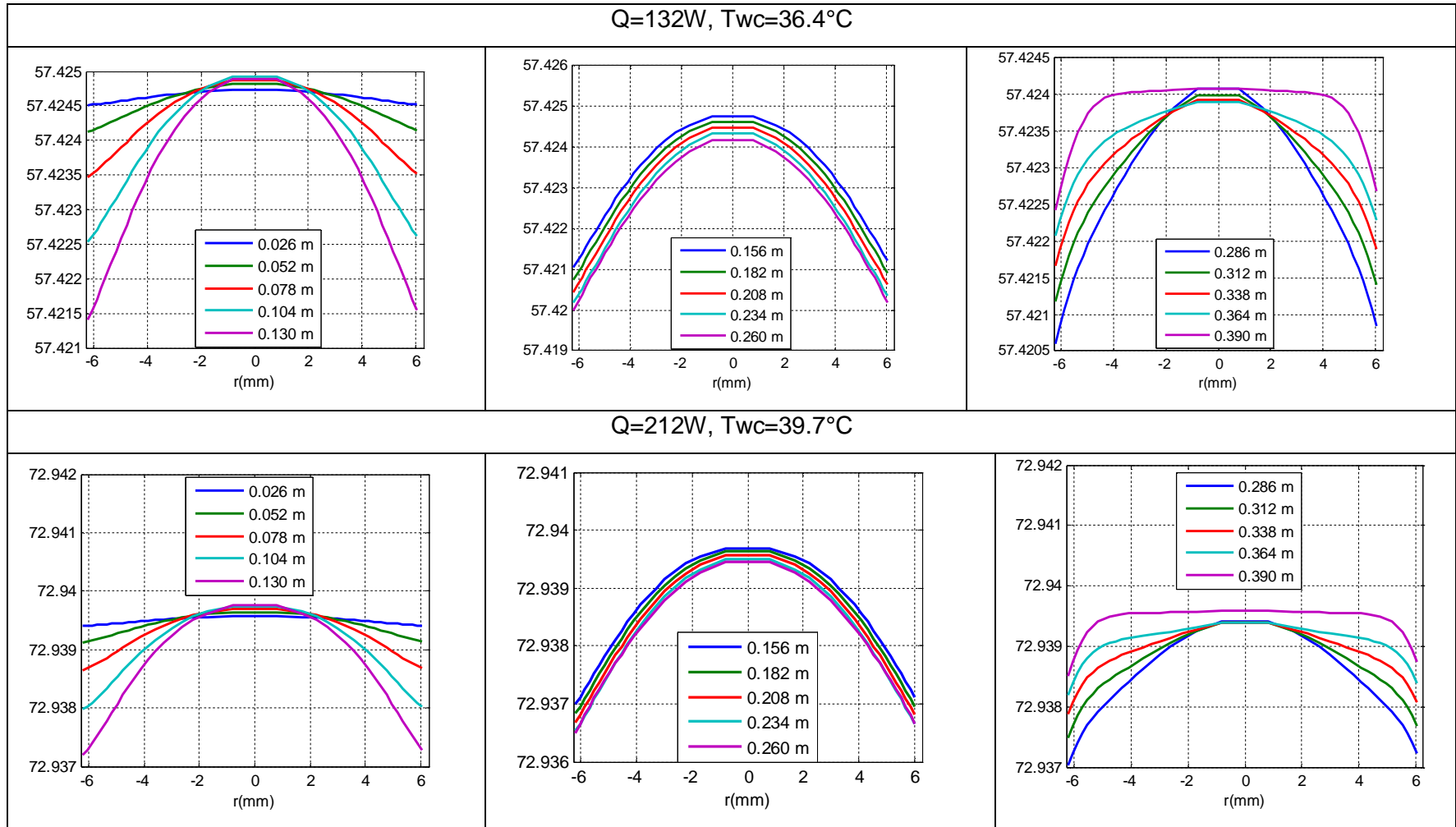


Figura 30 Perfiles radiales de temperatura del vapor (Continuación)



En el condensador, el perfil de temperatura tiende a aplanarse al final del mismo. Este es un efecto del punto de estancamiento, en el extremo del condensador el flujo cambia de dirección, lo causa que el vapor con mayor temperatura del centro deba transportarse radialmente, haciendo que el perfil de temperaturas tienda a ser más uniforme.

Para bajas potencias la temperatura del vapor al final del condensador siempre es la menor del campo de temperatura. Pero para altas potencias, se presenta un incremento de la temperatura en el condensador, esto se debe a que la remoción de masa en el flujo del vapor produce una recuperación en la presión que es más notoria para estos flujos de calor.

En la Figura 33, se muestran los perfiles radiales de la velocidad axial para el líquido. La velocidad del líquido es negativa puesto que su dirección es contraria al eje z . Los perfiles admiten deslizamiento en la interfaz y en la pared del contenedor, puesto que el modelo no considera el término viscoso Brinkman. Además, los perfiles tienden a ser uniformes, pero se presenta una variación de la velocidad en dirección radial. Este efecto se debe principalmente a la dependencia de la viscosidad con temperatura y al arrastre cuadrático.

En la zona adiabática, el perfil radial de la velocidad axial para el líquido también permanece relativamente constante y presenta una pequeña variación en magnitud debida al cambio de densidad.

En el extremo del evaporador el perfil radial de la velocidad axial del líquido presenta una inversión de flujo, cambio de dirección de la velocidad.

Figura 33 Perfiles radiales de velocidad axial del líquido (m/s)

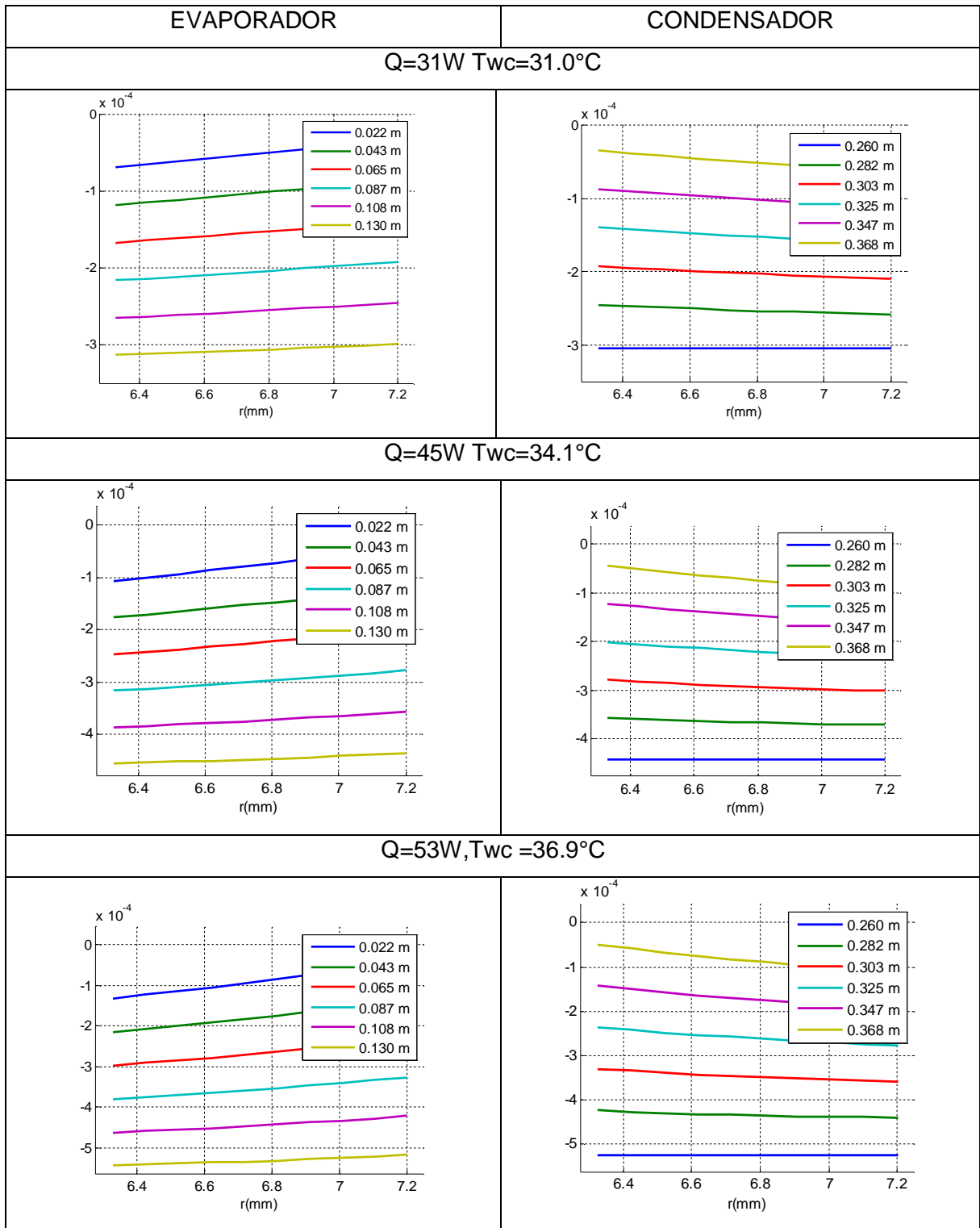
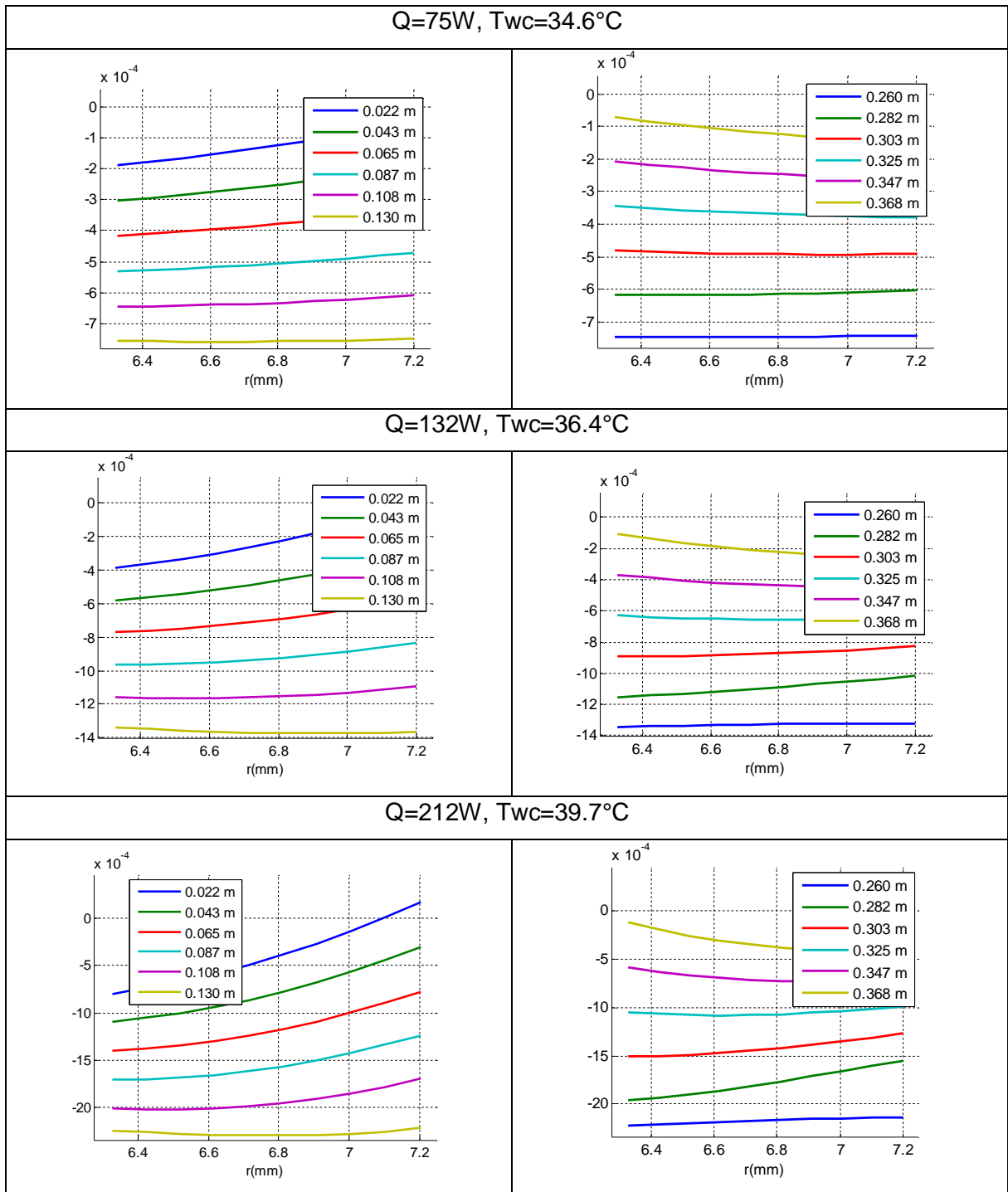


Figura 33 Perfiles radiales de velocidad axial del líquido (m/s) (Continuación)



El perfil de temperatura del líquido en dirección radial en cada una de las secciones permanece relativamente constante. En las figuras 34 y 35 se muestran los perfiles de temperatura del líquido en el evaporador y el condensador en las diferentes potencias consideradas.

Figura 34 Perfiles radiales de temperatura líquido para potencias 31W-52W

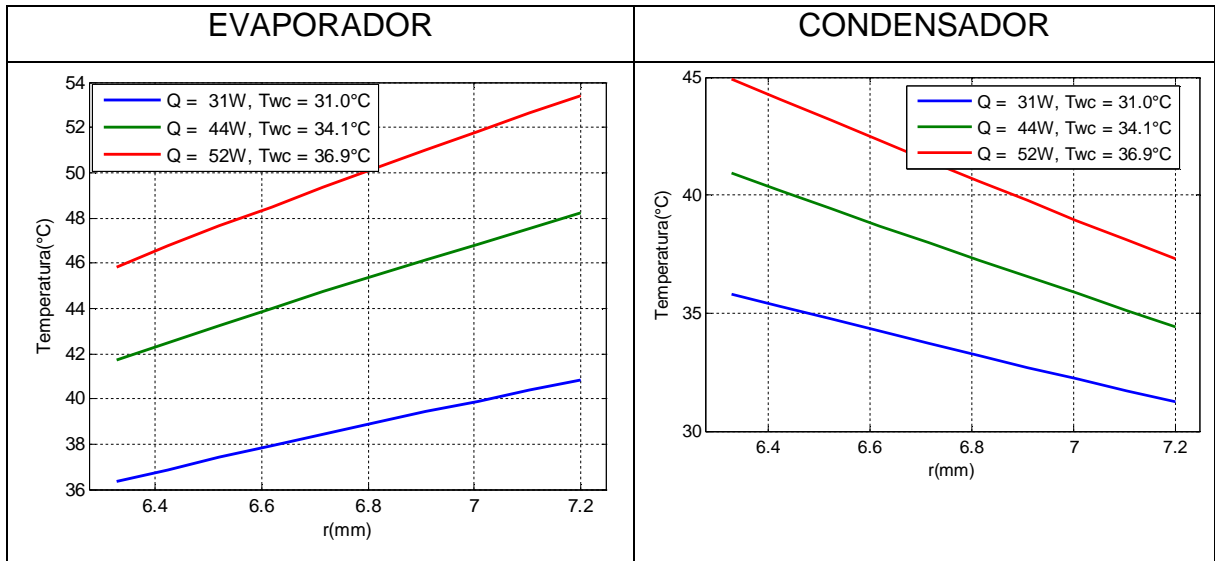
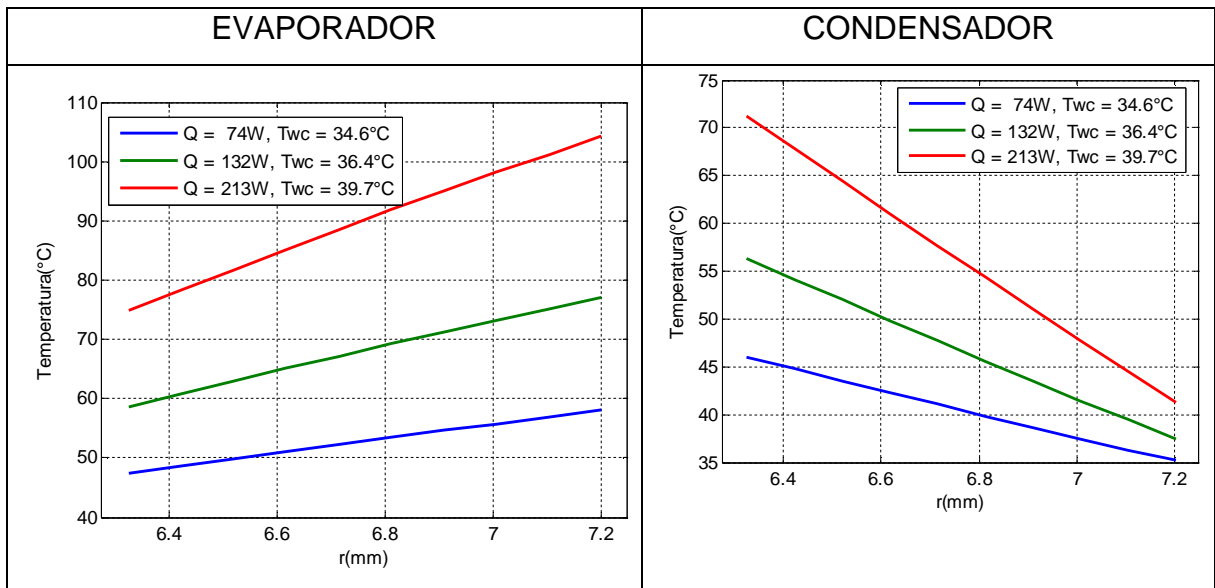


Figura 35 Perfiles radiales de temperatura líquido para potencias 74W-213W



Los perfiles de temperatura del líquido en dirección radial muestran una tendencia lineal. Esto muestra que para el modelo propuesto la transferencia de calor a través de la malla metálica se da principalmente por conducción.

7 CONCLUSIONES

Se propuso y solucionó un modelo bidimensional axial – simétrico para el análisis de la operación de tubos de calor cilíndricos con malla metálica en estado estacionario. El modelo presenta un ajuste aceptable con resultados de pruebas experimentales en operación vertical con potencias de calentamiento entre 30W-210W, aproximadamente. La pendiente de la curva de resistencia térmica se predice con una discrepancia del 0.6% y se tiene un desplazamiento de 4°C aproximadamente. El modelo considera los efectos de flujo no isotérmico compresible, principalmente en la dependencia de las propiedades de transporte de la temperatura. Además, en el análisis térmico del flujo del vapor tiene en cuenta el trabajo por expansión y compresión. Para el análisis del movimiento del líquido se considera la ley de Darcy y el arrastre cuadrático de Forcheimer.

Para el modelo propuesto, se tuvo en cuenta el transporte de masa, cantidad de movimiento y energía. Se consideró un conjunto de ecuaciones gobernantes para el líquido y el vapor: conservación de masa, conservación de cantidad de movimiento y energía térmica. Los fenómenos en ambas fases se articulaban en la interfaz.

Se resolvió numéricamente el modelo propuesto mediante el método de volúmenes finitos. Debido a que las ecuaciones gobernantes son no lineales y acopladas la solución se encuentra de manera iterativa. El modelo numérico converge y las soluciones obtenidas son coherentes con los fenómenos físicos estudiados. El uso de una discretización no uniforme para el vapor reduce errores y prioriza el análisis en la región cercana a la interfaz.

Se verificó el ajuste del modelo propuesto con resultados de pruebas experimentales con un tubo de calor construido en el desarrollo del proyecto. El modelo propuesto predice satisfactoriamente el comportamiento del tubo de calor. Sin embargo, predice menores diferencias de temperatura entre el evaporador y el condensador. El mejor ajuste se obtiene cuando, a manera de corrección, se incrementa el espesor teórico de la malla en un 15%, esto permite tener en cuenta irregularidades en el posicionamiento de la malla dentro del tubo.

Según el modelo propuesto, el flujo del vapor es bastante isotérmico. Sin embargo, el centro del núcleo del vapor tiene una temperatura ligeramente mayor, lo que confirma que se encuentra ligeramente sobrecalentado. En el evaporador, este sobrecalentamiento se explica por el transporte convectivo de energía interna. Al final del condensador los perfiles de temperatura tienden a ser más uniformes por el cambio de dirección del flujo.

Los perfiles de velocidad axial del vapor en el evaporador y la zona adiabática son parabólicos; pero en el condensador no tienen la misma forma. Por lo anterior, resulta incorrecto suponer que los perfiles de velocidad axial para el vapor tienen la misma forma que para el tubo desarrollado en tuberías, puesto que los efectos de confinamiento (extremo del condensador) y compresibilidad afectan el perfil de velocidad.

La dependencia de las propiedades transporte del fluido como: densidad, viscosidad y conductividad térmica; con la temperatura y la presión, incide de manera apreciable en los resultados del modelo. Este efecto se evidencia en los perfiles de velocidad y de temperatura.

En la estructura capilar, el mecanismo de transferencia de calor predominante es la conducción radial. Para el líquido es poco significativo el transporte convectivo de energía térmica. La conducción de calor en la estructura capilar impone las

mayores diferencias de temperatura en el tubo de calor. Esto explica la sensibilidad del modelo al espesor de la malla.

8 RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO

Es recomendable incluir el contenedor en un modelo de operación de tubos de calor. Este elemento tiene una pequeña pero considerable capacidad de transporte de calor en dirección axial. El calor transportado axialmente por el contenedor no participa, en el modelo propuesto, de los fenómenos de transporte en el líquido y el vapor; y además puede explicar la presencia de gradientes de temperatura superficial en el lado exterior del contenedor, en la dirección axial, en la zona adiabática.

Como trabajo futuro se propone la realización de otras pruebas experimentales con la variación de parámetros como: longitudes de cada sección (evaporador, zona adiabática y condensador), temperatura del agua de enfriamiento e inclinación del tubo de calor. Estas pruebas permitirían evaluar la validez del modelo en otros rangos. Además, facilitarían la construcción de curvas de operación; las cuales son necesarias en el diseño de aplicaciones con TDC.

Se propone valorar desde el modelamiento y desde la experimentación la incidencia que tienen las propiedades de la estructura capilar en el desempeño del tubo de calor. Evaluar los efectos del número de malla y del número de capas.

Un modelo de la operación de tubos de calor, más ajustado a la realidad, debe tener en cuenta la formación de piscina en el extremo del evaporador o del condensador, cuando la operación es vertical.

Como trabajo futuro se propone el desarrollo de un modelo de operación que incorpore otras condiciones de frontera térmica externa, como la frontera tipo convectiva en el condensador y/o en el evaporador. En distintas aplicaciones de

tubos de calor estos se ven sometidos a transferencia de calor por convección, y es difícil estimar el desempeño esperado de los mismos.

Se recomienda seguir refinando el modelo para poder determinar límites de operación del tubo de calor. Por ejemplo, tener en cuenta un balance de masa global y realizar comparaciones con la masa de carga. Esto permitiría predecir límites de operación del tubo de calor por secado de la malla.

Es interesante también, utilizar el presente modelo para determinar valores de resistencias térmicas equivalentes. Estas resistencias podrían ser usadas en modelos simplificados de parámetros concentrados, que consuman menos recursos computacionales.

Como trabajo futuro se propone mejorar y estandarizar los códigos computacionales utilizados para la solución del modelo propuesto, de manera propuesta que se conviertan en una herramienta informática para investigación, que apoye el desarrollo de aplicaciones de TDC.

BIBLIOGRAFÍA

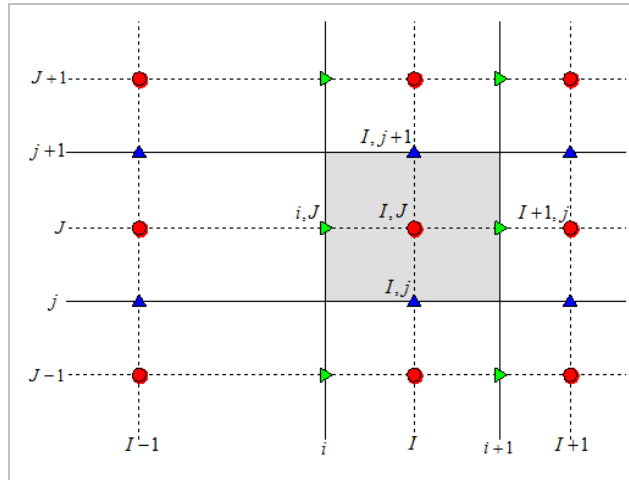
- Appleby, E. A., & Cataño, J. E. (2003). *Diseño y construcción de tubos de calor*. Medellín: Ingeniería Mecánica. Univesidad EAFIT.
- Betancur, J. C., & Ospina, J. E. (2010). *Diseño y construcción de un prototipo de caldera que usa como combustible cáscara de Jatropha Curca*. Medellín: Ingeniería Mecánica. Universidad EAFIT.
- Bird, R., Stewart, W., & Lightfoot, E. (2002). *Transport Phenomena. Second Edition*. New York: John Wiley & Sons.
- Cengel, Y. A., & Boles, M. (2009). *Termodinámica, Sexta Edición*. México: McGraw - Hill.
- Cengel, Y. A., & Ghajar, A. J. (2011). *Transferencia de calor y masa: fundamentos y aplicaciones*. México: McGraw-Hill.
- Cengel, Y., & Cimbala, J. (2006). *Mecánica de Fluidos: Fundamentos y Aplicaciones*. México: McGraw-Hill.
- Duque, A. (2004). *Diseño y Construcción de un prototipo de Intercambiador de calor utilizando termosifones bifásicos*. Medellín: Ingeniería Mecánica. Univesidad EAFIT.
- Faghri, A. (1995). *Heat Pipe Science and Technology*. New York: Taylor & Francis.
- Griffiths, D. (1989). *Introduction to electrodynamics. Second edition*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Holmgren , M. (30 de Junio de 2006). *XSteam*. Recuperado el Junio de 2011, de Matlab Central: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/9817>
- Ismail, K., & Zanardi, M. (1996). A steady-state model for heat pipes of circular or rectangular cross-sections. *Applied Thermal Engineering*, 16(8), 753-767.
- Kaya, T., & Goldak, J. (2007). Three-dimensional numerical analysis of heat and mass transfer in heat pipes. *Heat and Mass Transfer*, 43, 775-785.

- Kempers, R., Ewing, D., & Ching, C. (2006). Effect of number of mesh layers and fluid loading on the performance of screen mesh wicked heat pipes. *Applied Thermal Engineering*, 26, 589-595.
- Kempers, R., Robinson, A., Ewing, D., & Ching, C. (2008). Characterization of evaporator and condenser thermal resistance of a screen mesh wicked heat pipe. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51, 6039-6046.
- Levi, E. (1971). *Elementos de mecanica del medio continuo*. México: Editorial Limusa-Wiley S.A.
- Liu, W., Liu, Z., Yang, K., & Tu, Z. (2009). Phase change driving mechanism and modeling of heat pipe in porous wick. *Chinese Science Bulletin*, 54, 4000-4004.
- Mira, C. (2007). *Diseño, construcción y prueba de un prototipo calentador solar de agua con tubos de calor*. Medellín: Ingeniería Mecánica. Univesidad EAFIT.
- National Institute of Standards and Technology. (2011). *NIST Chemistry Webbook*. Obtenido de <http://webbook.nist.gov/chemistry/>
- Nield, D. A., & Bejan, A. (1999). *Convection in porous media*. New York: Springer - Verlag.
- Paris, L. (2005). Model design, construction and test of a prototype of heat exchanger using two-phase termosyphons. *Third LACCEI International Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology*. Colombia.
- Paris, L. S. (2004). Development of heat pipe design and construction in Colombia. *13th International Heat Pipe Conference*. China.
- Paris, L. S. (2007). Tubos de calor y termosifones bifásicos: Alternativas para la conservación de energía. *Congreso iberoamericano de Ingeniería Mecánica*. Perú.
- Paris, L. S., & Mira, C. (2008). Construcción y Prueba de un Prototipo de Tubo de Calor de bajo costo para la aplicación en un colector de energía solar. *The Sixth International Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology (LACCEI'2008)*. Tegucigalpa, Honduras.

- Patankar, S. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*. Cambridge: Hemisphere publishing: 1980.
- Petterson, G. (1994). *An Introduction to Heat Pipes*. New York: John Wiley & Sons.
- Potter, M. C., & Scott, E. P. (2006). *Termodinámica*. Thomson.
- Silverstein, C. C. (1992). *Design and Technology of Heat Pipes for Cooling and Heat Exchange*. New York: Taylor & Francis.
- Tsai, T.-E., Wu, G.-W., Chang, C.-C., Shih, W.-P., & Chen, S.-L. (2010). Dynamic test method for determining the thermal performance of heat pipes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53, 4567-4578.
- Versteeg, H., & Malalasekera, W. (1995). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method Approach*. Pearson Education Limited.
- Zhu, N., & Vafai, K. (1999). Analysis of cylindrical heat pipes incorporating the effects of liquid - vapour coupling and non Darcian transport- a closed form solution. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42, 3405-3418.
- Zuo, Z., & Faghri, A. (1998). A network thermodynamic analysis of the heat pipe. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 41, 1473-1484.

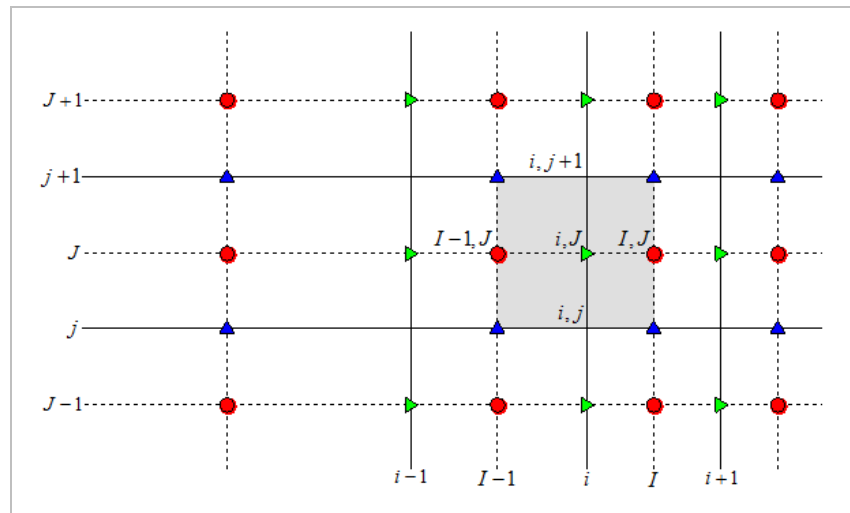
ANEXO 1 ÁREAS Y VOLÚMENES PARA CELDAS

VOLUMEN DE CONTROL PARA CAMPO ESCALAR



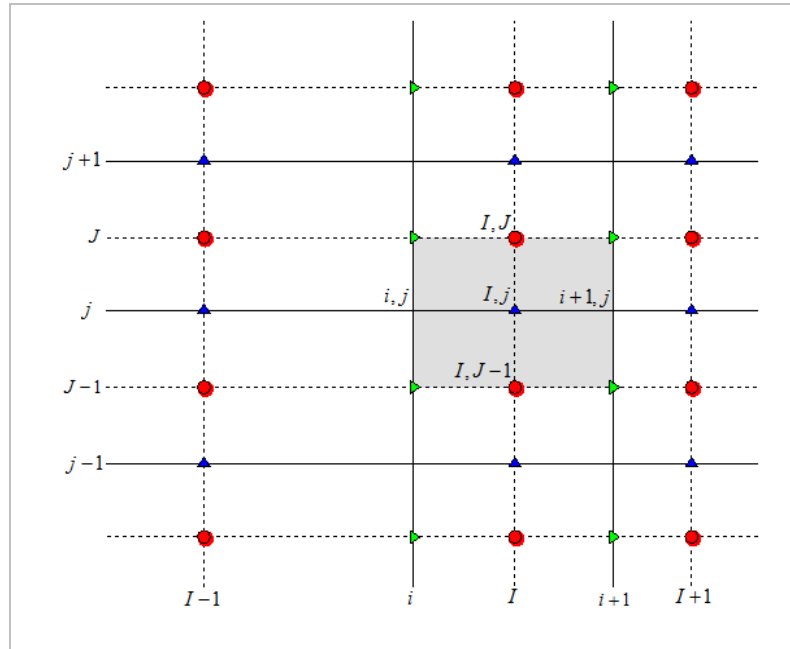
Área oeste	$A_{i,j} = 2\pi r_i (z_{j+1} - z_j)$
Área este	$A_{i+1,j} = 2\pi r_{i+1} (z_{j+1} - z_j)$
Área sur / Área norte	$A_{I,j} = A_{I,j+1} = \pi (r_{i+1}^2 - r_i^2)$
Volumen de la celda	$V_{I,j} = \pi (r_{i+1}^2 - r_i^2) (z_{j+1} - z_j)$

VOLUMEN DE CONTROL PARA VELOCIDAD RADIAL



Área oeste	$A_{I-1,J} = 2\pi r_{I-1} (z_{j+1} - z_j)$
Área este	$A_{I,J} = 2\pi r_I (z_{j+1} - z_j)$
Área sur /Área norte	$A_{i,j} = A_{i,j+1} = \pi(r_I^2 - r_{I-1}^2)$
Volumen de la celda	$V_{i,j} = \pi(r_I^2 - r_{I-1}^2)(z_{j+1} - z_j)$

VOLUMEN DE CONTROL PARA VELOCIDAD AXIAL

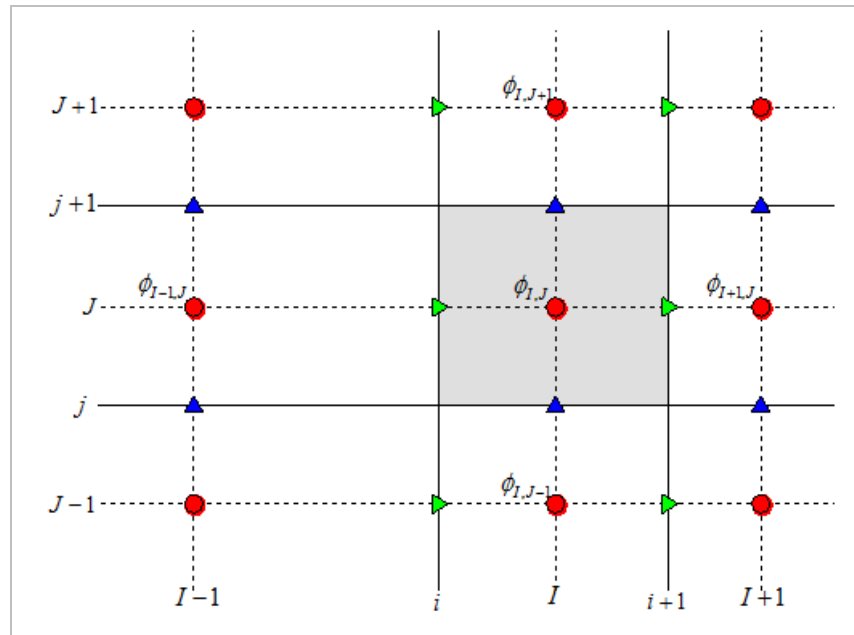


Área oeste	$A_{i,j} = 2\pi r_i (z_J - z_{J-1})$
Área este	$A_{i+1,j} = 2\pi r_{i+1} (z_J - z_{J-1})$
Área sur /Área norte	$A_{I,J-1} = A_{I,J} = \pi(r_{i+1}^2 - r_i^2)$
Volumen de la celda	$V_{I,j} = \pi(r_{i+1}^2 - r_i^2)(z_J - z_{J-1})$

ANEXO 2 INTERPOLACIÓN LINEAL DE PROPIEDADES DE FLUJO

En la discretización de las ecuaciones se requiere conocer los valores de propiedades de flujo en nodos distintos a los en que estas variables están definidas. Para obtener estos valores se hace una interpolación lineal, teniendo en cuenta los valores de la propiedad en los nodos más cercanos al punto de interés. A continuación, se presentan las expresiones para la interpolación lineal de campos escalares y de flujos másicos.

VALORES INTERPOLADOS DE CAMPOS ESCALARES



Factores de interpolación lineal para campos escalares en la dirección radial:

$$\Lambda_{0H} = \frac{r_{i-1} - r_{I-2}}{r_{I-1} - r_{I-2}}$$

$$\Lambda_{1H} = \frac{r_i - r_{I-1}}{r_I - r_{I-1}}$$

$$\Lambda_{2H} = \frac{r_{i+1} - r_I}{r_{I+1} - r_I}$$

Factores de interpolación lineal para campos escalares en la dirección axial:

$$\Lambda_{0V} = \frac{z_{j-1} - z_{J-2}}{z_{J-1} - z_{J-2}}$$

$$\Lambda_{1V} = \frac{z_j - z_{J-1}}{z_J - z_{J-1}}$$

$$\Lambda_{2V} = \frac{z_{j+1} - z_J}{z_{J+1} - z_J}$$

Para las ecuaciones de campos escalares:

$$\phi_{i,J} = (1 - \Lambda_{1H})\phi_{I-1,J} + \Lambda_{1H}\phi_{I,J}$$

$$\phi_{i+1,J} = (1 - \Lambda_{2H})\phi_{I,J} + \Lambda_{2H}\phi_{I+1,J}$$

$$\phi_{I,j} = (1 - \Lambda_{1V})\phi_{I,J-1} + \Lambda_{1V}\phi_{I,J}$$

$$\phi_{I,j+1} = (1 - \Lambda_{2V})\phi_{I,J} + \Lambda_{2V}\phi_{I,J+1}$$

Para la conservación de cantidad de movimiento:

$$\phi_{I-1,j} = (1 - \Lambda_{1V})\phi_{I-1,J-1} + \Lambda_{1V}\phi_{I-1,J}$$

$$\phi_{i,j} = (1 - \Lambda_{1H})\phi_{I-1,j} + \Lambda_{1H}\phi_{I,j}$$

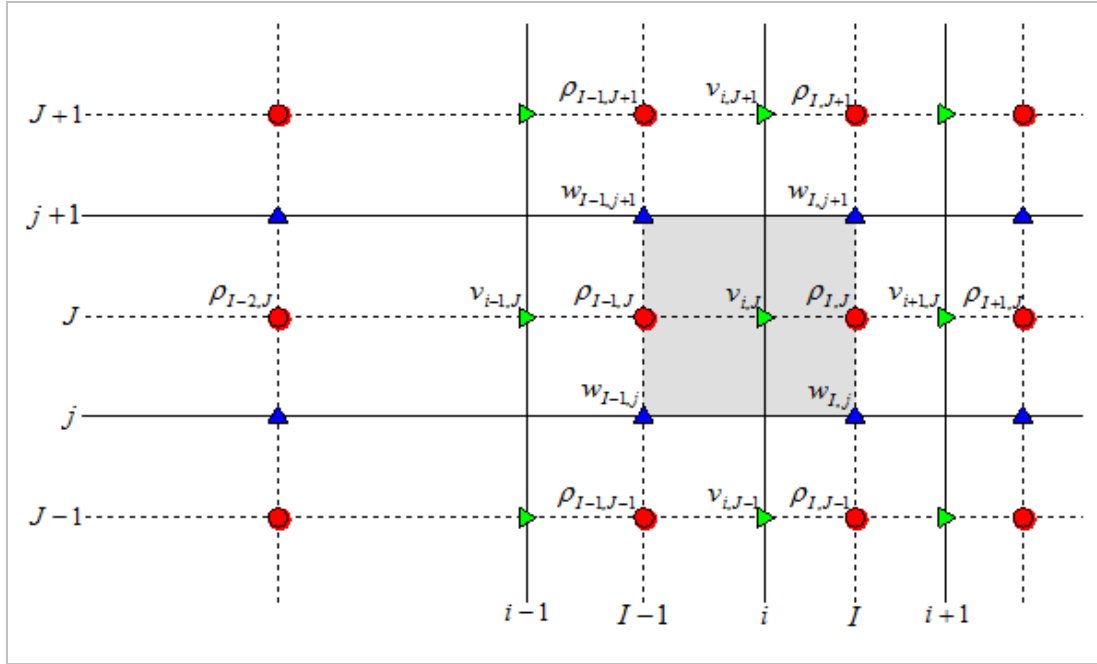
$$\phi_{I-1,j+1} = (1 - \Lambda_{2V})\phi_{I-1,J} + \Lambda_{2V}\phi_{I-1,J+1}$$

$$\phi_{i,j+1} = (1 - \Lambda_{1H})\phi_{I-1,j+1} + \Lambda_{1H}\phi_{I,j+1}$$

$$\phi_{I+1,j} = (1 - \Lambda_{1V})\phi_{I+1,J-1} + \Lambda_{1V}\phi_{I+1,J}$$

$$\phi_{i+1,j} = (1 - \Lambda_{2H})\phi_{I,j} + \Lambda_{2H}\phi_{I+1,j}$$

VALORES INTERPOLADOS FLUJOS MÁSICOS PARA CELDA DE VELOCIDAD RADIAL



Factores de interpolación lineal para la velocidad radial:

$$\lambda_{1H} = \frac{r_{I-1} - r_{i-1}}{r_i - r_{i-1}}$$

$$\lambda_{2H} = \frac{r_I - r_i}{r_{i+1} - r_i}$$

Flujo másico por la frontera oeste

$$(\rho v A)_{I-1,J} = (\rho v)_{I-1,J} A_{I-1,J}$$

$$(\rho v)_{I-1,J} = (1 - \lambda_{1H}) (\rho v)_{i-1,J} + \lambda_{1H} (\rho v)_{i,J}$$

$$(\rho v)_{i-1,J} = \rho_{i-1,J} v_{i-1,J}$$

$$\rho_{i-1,J} = (1 - \Lambda_{0H}) \rho_{I-2,J} + \Lambda_{0H} \rho_{I-1,J}$$

$$(\rho v)_{i,J} = \rho_{i,J} v_{i,J}$$

$$\rho_{i,J} = (1 - \Lambda_{1H}) \rho_{I-1,J} + \Lambda_{1H} \rho_{I,J}$$

Flujo másico para la frontera este

$$(\rho v A)_{I,J} = (\rho v)_{I,J} A_{I,J}$$

$$(\rho v)_{I,J} = (1 - \lambda_{2H}) (\rho v)_{i,J} + \lambda_{2H} (\rho v)_{i+1,J}$$

$$(\rho v)_{i+1,J} = \rho_{i+1,J} v_{i+1,J}$$

$$\rho_{i+1,J} = (1 - \Lambda_{2H}) \rho_{I,J} + \Lambda_{2H} \rho_{I+1,J}$$

Flujo másico por la frontera sur

$$(\rho w A)_{i,j} = (\rho w)_{i,j} A_{i,j}$$

$$(\rho w)_{i,j} = (1 - \Lambda_{1H}) (\rho w)_{I-1,j} + \Lambda_{1H} (\rho w)_{I,j}$$

$$(\rho w)_{I-1,j} = \rho_{I-1,j} w_{I-1,j}$$

$$\rho_{I-1,j} = (1 - \Lambda_{1V}) \rho_{I-1,J-1} + \Lambda_{1V} \rho_{I-1,J}$$

$$(\rho w)_{I,j} = \rho_{I,j} w_{I,j}$$

$$\rho_{I,j} = (1 - \Lambda_{1V}) \rho_{I,J-1} + \Lambda_{1V} \rho_{I,J}$$

Flujo másico frontera norte

$$(\rho w A)_{i,j+1} = (\rho w)_{i,j+1} A_{i,j+1}$$

$$(\rho w)_{i,j+1} = (1 - \Lambda_{1H}) (\rho w)_{I-1,j+1} + \Lambda_{1H} (\rho w)_{I,j+1}$$

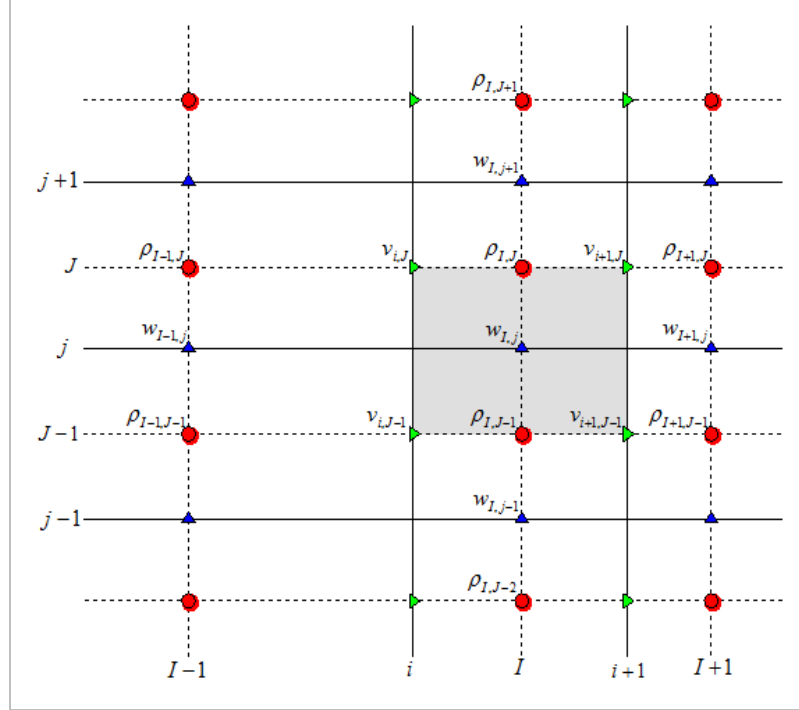
$$(\rho w)_{I-1,j+1} = \rho_{I-1,j+1} w_{I-1,j+1}$$

$$\rho_{I-1,j+1} = (1 - \Lambda_{2V}) \rho_{I-1,J} + \Lambda_{2V} \rho_{I-1,J+1}$$

$$(\rho w)_{I,j+1} = \rho_{I,j+1} w_{I,j+1}$$

$$\rho_{I,j+1} = (1 - \Lambda_{2V}) \rho_{I,J} + \Lambda_{2V} \rho_{I,J+1}$$

VALORES INTERPOLADOS FLUJOS MÁSICOS PARA CELDA DE VELOCIDAD AXIAL



Factores de interpolación lineal para la velocidad axial:

$$\lambda_{1V} = \frac{z_{j+1} - z_{j-1}}{z_j - z_{j-1}}$$

$$\lambda_{2V} = \frac{z_j - z_j}{z_{j+1} - z_j}$$

Flujo máxico por la frontera oeste

$$(\rho v)_{i,j} = (\rho v)_{i,j} A_{i,j}$$

$$(\rho v)_{i,j} = (1 - \Lambda_{1V})(\rho v)_{i,j-1} + \Lambda_{1V}(\rho v)_{i,j}$$

$$(\rho v)_{i,j-1} = \rho_{i,j-1} v_{i,j-1}$$

$$\rho_{i,j-1} = (1 - \Lambda_{1H})\rho_{I-1,j-1} + \Lambda_{1H}\rho_{I,j-1}$$

$$(\rho v)_{i,j} = \rho_{i,j} v_{i,j}$$

$$\rho_{i,j} = (1 - \Lambda_{1H})\rho_{I-1,j} + \Lambda_{1H}\rho_{I,j}$$

Flujo másico frontera este

$$(\rho v A)_{i+1,j} = (\rho v)_{i+1,j} A_{i+1,j}$$

$$(\rho v)_{i+1,j} = (1 - \Lambda_{1V}) (\rho v)_{i+1,j-1} + \Lambda_{1V} (\rho v)_{i+1,j}$$

$$(\rho v)_{i+1,j-1} = \rho_{i+1,j-1} v_{i+1,j-1}$$

$$\rho_{i+1,j-1} = (1 - \Lambda_{2H}) \rho_{I,j-1} + \Lambda_{2H} \rho_{I+1,j-1}$$

$$(\rho v)_{i+1,j} = \rho_{i+1,j} v_{i+1,j}$$

$$\rho_{i+1,j} = (1 - \Lambda_{2H}) \rho_{I,j} + \Lambda_{2H} \rho_{I+1,j}$$

Flujo másico frontera sur

$$(\rho w A)_{I,j-1} = (\rho w)_{I,j-1} A_{I,j-1}$$

$$(\rho w)_{I,j-1} = (1 - \lambda_{1V}) (\rho w)_{I,j-1} + \lambda_{1V} (\rho w)_{I,j}$$

$$(\rho w)_{I,j-1} = \rho_{I,j-1} w_{I,j-1}$$

$$\rho_{I,j-1} = (1 - \Lambda_{0V}) \rho_{I,j-2} + \Lambda_{0V} \rho_{I,j-1}$$

$$(\rho w)_{I,j} = \rho_{I,j} w_{I,j}$$

$$\rho_{I,j} = (1 - \Lambda_{1V}) \rho_{I,j-1} + \Lambda_{1V} \rho_{I,j}$$

Flujo másico frontera norte

$$(\rho w A)_{I,j} = (\rho w)_{I,j} A_{I,j}$$

$$(\rho w)_{I,j} = (1 - \lambda_{2V}) (\rho w)_{I,j} + \lambda_{2V} (\rho w)_{I,j+1}$$

$$(\rho w)_{I,j+1} = \rho_{I,j+1} w_{I,j+1}$$

$$\rho_{I,j+1} = (1 - \Lambda_{2V}) \rho_{I,j} + \Lambda_{2V} \rho_{I,j+1}$$

ANEXO 3 CÁLCULO DE LOS TÉRMINOS FUENTE

CONSERVACIÓN DE MOVIMIENTO EN DIRECCIÓN RADIAL

La expresión para el término fuente en la ecuación de conservación de movimiento en dirección radial es:

$$S_{M,r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu \nabla \cdot \bar{v})$$

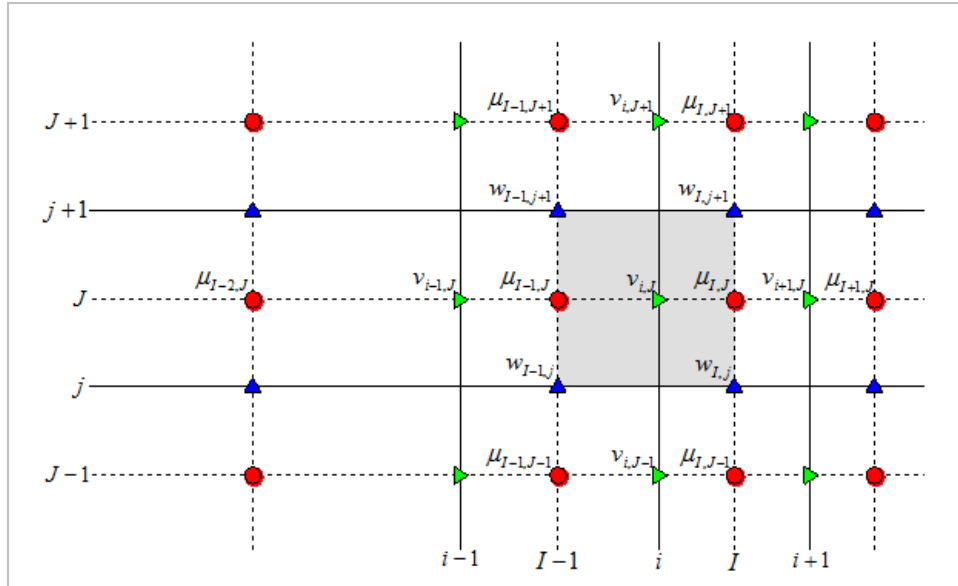
Esta expresión se divide en tres términos:

$$A_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right)$$

$$B_r = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial r} \right)$$

$$C_r = - \frac{2}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu \nabla \cdot \bar{v}) = - \frac{2}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right)$$

Para cada nodo de velocidad radial se encuentran los términos teniendo en cuenta la estructura de las mallas escalonadas:



$$A_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) = \frac{1}{r_i (r_l - r_{l-1})} \left[r_l \mu_{l,j} \left(\frac{v_{i+1,j} - v_{i,j}}{r_{i+1} - r_i} \right) - r_{l-1} \mu_{l-1,j} \left(\frac{v_{i,j} - v_{i-1,j}}{r_i - r_{i-1}} \right) \right]$$

$$B_r = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial r} \right) = \frac{1}{z_{j+1} - z_j} \left[\mu_{i,j+1} \left(\frac{w_{l,j+1} - w_{l-1,j+1}}{r_l - r_{l-1}} \right) - \mu_{i,j} \left(\frac{w_{l,j} - w_{l-1,j}}{r_l - r_{l-1}} \right) \right]$$

$$C_r = -\frac{2}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right)$$

$$= \frac{-2}{3r_i (r_l - r_{l-1})} \left[r_l \mu_{l,j} \left(\frac{r_{i+1} v_{i+1,j} - r_i v_{i,j}}{r_l (r_{i+1} - r_i)} + \frac{w_{l,j+1} - w_{l,j}}{z_{j+1} - z_j} \right) - r_{l-1} \mu_{l-1,j} \left(\frac{r_i v_{i,j} - r_{i-1} v_{i-1,j}}{r_{l-1} (r_i - r_{i-1})} + \frac{w_{l-1,j+1} - w_{l-1,j}}{z_{j+1} - z_j} \right) \right]$$

CONSERVACIÓN DE MOVIMIENTO EN DIRECCIÓN AXIAL

La expresión para el término fuente en la ecuación de conservación de movimiento en dirección axial es:

$$S_{M,z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu \nabla \cdot \nabla)$$

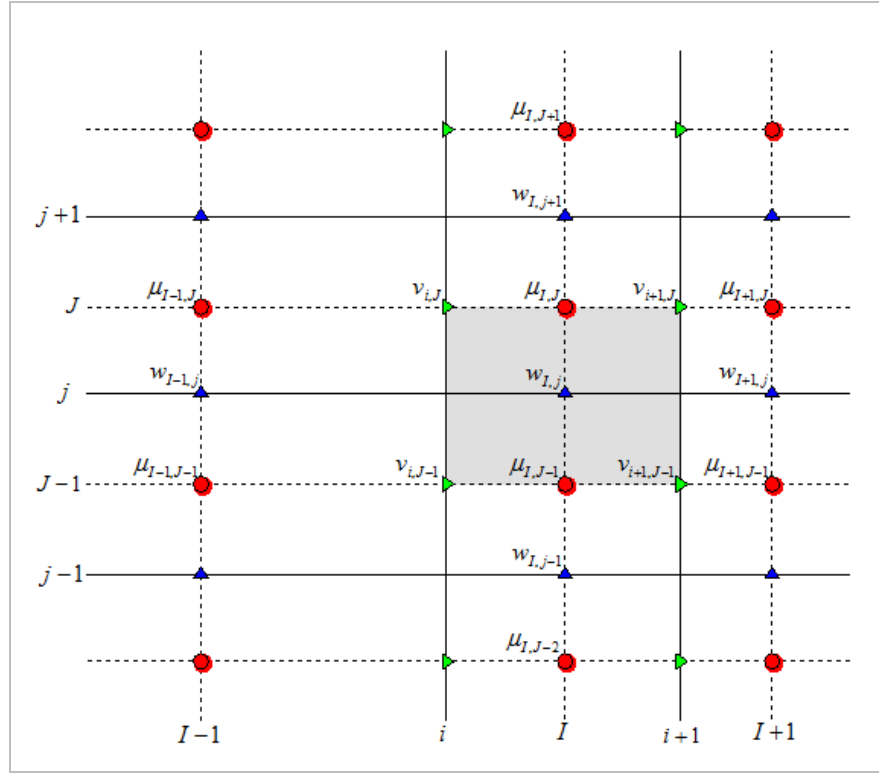
Esta expresión se divide en tres términos:

$$A_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$B_z = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$C_z = -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\mu \nabla \cdot \nabla) = -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right)$$

Para cada nodo de velocidad axial se encuentran los términos teniendo en cuenta la estructura de las mallas escalonadas:



$$A_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{1}{r_i (r_{i+1} - r_i)} \left[r_{i+1} \mu_{i+1,j} \left(\frac{v_{i+1,J} - v_{i+1,J-1}}{z_J - z_{J-1}} \right) - r_i \mu_{i,j} \left(\frac{v_{i,J} - v_{i,J-1}}{z_J - z_{J-1}} \right) \right]$$

$$B_z = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{1}{z_J - z_{J-1}} \left[\mu_{I,J} \left(\frac{w_{I,j+1} - w_{I,j}}{z_{j+1} - z_j} \right) - \mu_{I,J-1} \left(\frac{w_{I,j} - w_{I,j-1}}{z_j - z_{j-1}} \right) \right]$$

$$\begin{aligned} C_z &= -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \\ &= \frac{-2}{3(z_J - z_{J-1})} \left[\mu_{I,J} \left(\frac{r_{i+1} v_{i+1,J} - r_i v_{i,J}}{r_i (r_{i+1} - r_i)} + \frac{w_{I,j+1} - w_{I,j}}{z_{j+1} - z_j} \right) - \mu_{I,J-1} \left(\frac{r_{i+1} v_{i+1,J-1} - r_i v_{i,J-1}}{r_i (r_{i+1} - r_i)} + \frac{w_{I,j} - w_{I,j-1}}{z_j - z_{j-1}} \right) \right] \end{aligned}$$

ECUACIÓN DE LA ENERGÍA TÉRMICA

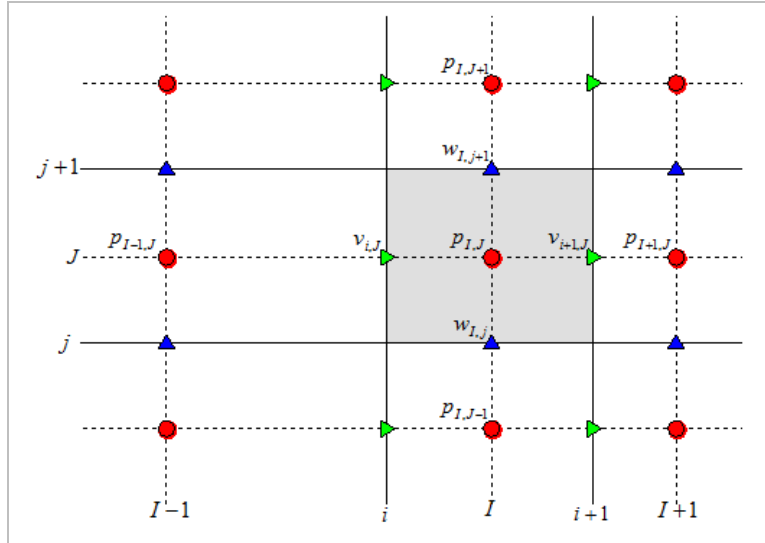
La expresión para el término fuente en la ecuación de energía térmica es:

$$S_{ET} = - \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_p \bar{v} \cdot \nabla p$$

El término $(\partial \ln \rho / \partial \ln T)_p$ es una combinación de propiedades de la sustancia, por lo cual se puede considerar como una propiedad. Este coeficiente se calcula de acuerdo con la presión local.

$$\gamma = \gamma(p) = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_p$$

La expresión del término fuente de la ecuación de energía discreta para cada nodo se encuentra teniendo en cuenta la estructura de las mallas escalonadas.



$$S_{ET} = \gamma \bar{v} \cdot \nabla p = -\gamma_{I,J} \left[v_{I,J} \left(\frac{p_{I+1,J} - p_{I-1,J}}{r_{i+1} - r_i} \right) + w_{I,J} \left(\frac{p_{I,J+1} - p_{I,J-1}}{z_{j+1} - z_j} \right) \right]$$

$$v_{I,J} = (1 - \lambda_{1H}) v_{i,J} - \lambda_{1H} v_{i+1,J}$$

$$w_{I,J} = (1 - \lambda_{1v}) v_{I,j} - \lambda_{1v} v_{I,j+1}$$